

建物壁面間距離の最大値と最小値の理論分布 極値分布モデルによる推定と実市街地への応用

薄井 宏行*

Theoretical distributions of maximum and minimum intervals between adjacent building walls
Estimation by extreme value distribution model and its application to built-up areas

Hiroyuki USUI

Abstract: Statistical distributions of the maximum and minimum intervals between building walls are important for evaluating residential environment such as fire spreading risk. However, they have not been found out due to technical difficulty in measuring them. In this paper, the maximum and minimum interval distributions are theoretically derived as Fréchet and Weibull distributions, respectively, which can be estimated from building density and building coverage ratio. Then, measuring the maximum and minimum intervals of a building by using Voronoi cells, their empirical distributions are compared with the theoretical ones. Results show that the theoretical and empirical distributions tend to fit well. These findings enable us to investigate the relationship between policy effect (e.g. decreasing building density or building coverage ratio) and changes in the maximum and minimum interval distributions.

Keywords: 壁面間距離(interval of building walls), 建物棟数密度(building density), 建蔽率(building coverage ratio), フレシェ分布(Fréchet distribution), ワイブル分布(Weibull distribution)

1. はじめに

わが国では、既成市街地における良好な住環境を確保するために、建物の形態に規制が課せられている。とくに隣棟関係にある建物の壁面間距離（以降、「壁面間距離」と記す。）は、主に建蔽率（建築面積／敷地面積）の上限によって間接的に制限され、地域における住環境の安全性（延焼リスク）や快適性（通風、採光、遮音等）を評価するために重要である（青木, 2006; 小浦, 2001）。ところが、建蔽率制限は建物壁面の位置を直接規制しないため、敷地の規模と形状が多様かつ実建蔽率の値が多様であるほど、敷地境界線と建物壁面の位置関係は複雑となる。このため、建物群において隣棟関係にある建物の特定や壁面間距離の計測を行うことは難しい。

既往研究では、実市街地における建物の複雑な隣棟関係を均一な面積をもつ正方形建物の格子状モデル（以降、「正方格子状モデル」と記す。）として単純化することで、建蔽率制限値と壁面間距離の関係が定式化されている。この場合、均一な壁面間距離を建蔽率制限値と建物

棟数密度（地域の建物棟数／地域面積）の関数として見通しよく記述できるため、ゾーニング規制としての建蔽率制限値と壁面間距離の関係を定量的に考察しやすい。ところが、実市街地における壁面間距離は不均一であるため、壁面間距離の統計分布と建蔽率制限値や建物棟数密度との関係を見通しよく考察する必要がある。実市街地における不均一な壁面間距離の計測を試みた既往研究は存在する一方で（市古・権, 2002; 市古, 2004）、壁面間距離の最小値や最大値の統計分布と建蔽率制限値や建物棟数密度との関係は明らかにされていない。

本稿では、壁面間距離の最小値や最大値の統計分布と建蔽率制限値及び建物棟数密度との関係を理論的に解明する。第2章では、建物の位置及び形状の情報から幾何学的な手法に基づいて建物の隣棟関係を定義する。建物の平面形状を表す建物ポリゴンを生成元とする面ポロノイ領域を生成し、面ポロノイ領域の隣接の有無に基づいて、建物の隣棟関係を定義する（Usui, et al, 2020）。第3章では、隣棟関係にある建物の壁面間距離を定義し、

* 正会員 東京大学大学院工学系研究科都市工学専攻（The University of Tokyo）
〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1 E-mail : usui[at]jua.t.u-tokyo.ac.jp ※[at]は@

任意の建物について、壁面間距離の最小値と最大値を計測する（薄井，2020）。第4章では、壁面間距離の最小値と最大値の理論分布としてワイブル分布とフレシェ分布に着目し、各分布のパラメータを建蔽率制限値や建物棟数密度等から推定する方法を検討する。第5章では、壁面間距離の最小値と最大値の理論分布と計測値分布と比較する。第6章において、本研究のまとめと今後の課題を述べる。

各分布のパラメータを建蔽率制限値や建物棟数密度等の関数として推定することができれば、壁面間距離の各統計分布を簡便に推定することが可能となるだけでなく、建物棟数密度や建蔽率制限値の変化に対する壁面間距離の最小値や最大値の統計分布の変化を見通し良く考察することを可能にし、実市街地における壁面間距離の不均一さを考慮した住環境評価にも資する。

2. 建物の隣棟関係の定義

本稿では、ボロノイ図に基づいて建物の隣棟関係を定義する。建物の平面形状を表す建物ポリゴンを生成元とする面ボロノイ領域を生成し、面ボロノイ領域の隣接の有無に基づいて、建物の隣棟関係を定義する。地域における建物ポリゴンの集合を $\{B_i | i = 1, \dots, n\}$ と表記する。ただし、 n は地域の建物棟数を表す。図1のように、面ボロノイ領域は、理論的には点ボロノイ領域と同様に定義される。実用的には、まず、生成元となる建物ポリゴンの辺を十分に小さい間隔 ϵ [m]の離散点群に近似する。図1（上）のように、建物ポリゴン B_i の辺上における離散点 $Q_{i,k}, k = 1, \dots, q_i$ を生成する。ただし、 q_i は建物ポリゴン B_i の辺上における離散点の総数を表す。つぎに、離散点 $Q_{i,k}$ を生成元とする点ボロノイ領域 $V(Q_{i,k})$ の集合 $\{V(Q_{i,k}) | k = 1, \dots, q_i\}$ を生成する。最後に、同一建物ポリゴンの辺上の点を生成元とする点ボロノイ領域の和集合として、図1（下）のように面ボロノイ領域を生成することができる（薄井・浅見，2013；Usui, et al, 2020）。以降、建物ポリゴン B_i を生成元とする面ボロノイ領域を $AV(B_i)$ と表記する。

図1（下）のように、 $AV(B_i)$ と $AV(B_j)$ が互いに接するならば、 B_i と $B_j, j \in N(i)$ は互いに隣棟関係にあると定義する。ただし、 $N(i)$ は B_i と隣棟関係にある建物ポリゴンの添字集合を表す。図2のように、面ボロノイ領域の双対

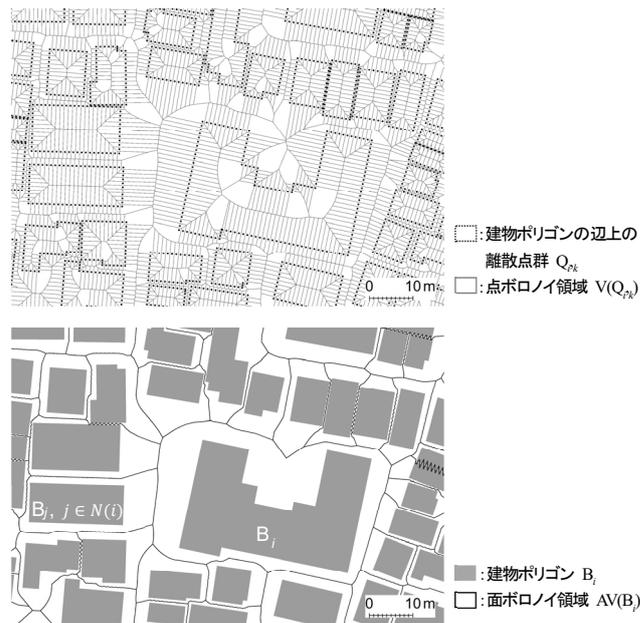


図1: 建物ポリゴンを生成元とする面ボロノイ領域。(上: 建物ポリゴンの辺上における間隔1mの離散点群に基づく点ボロノイ領域, 下: 同一建物ポリゴンの辺上の点を生成元とする点ボロノイ領域の和集合として面ボロノイ領域を生成)

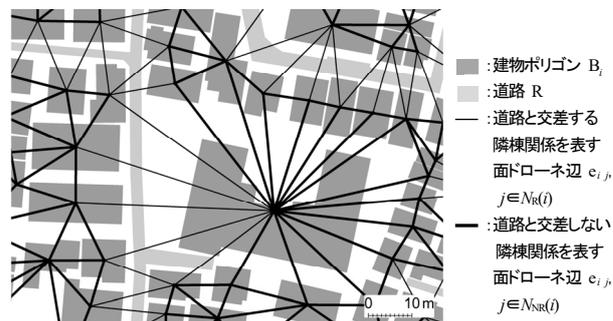


図2: 建物の隣棟関係の定義。

図形として、面ドロネー網を定義する（Usui, et al, 2020）。黒色の実線は、 B_i の図心 G_i と $B_j, j \in N(i)$ の図心 $G_j, j \in N(i)$ を結ぶ面ドロネー辺 $e_{ij}, j \in N(i)$ を描いたものである。面ドロネー辺 $e_{ij}, j \in N(i)$ によって B_i と $B_j, j \in N(i)$ の隣棟関係を定義することができる。任意の面ドロネー辺について、道路 R との交差の有無に着目する。 B_i と隣棟関係にある建物ポリゴンの集合 $\{B_j | j \in N(i)\}$ のうち、道路の対岸に存在する建物ポリゴンとの壁面間距離（とくに最大値）のほうが長い傾向にあると予想される。そこで、黒色の太線のように、 $e_{ij}, j \in N(i)$ が道路 R と交差しない隣棟関係を表す場合、建物 B_j の添字集合を $N_{NR}(i)$ と表記し、黒色の細線のように、 $e_{ij}, j \in N(i)$ が道路 R と交差する隣

棟関係を表す場合、建物 B_j の添字集合を $N_R(i)$ と表記する。このとき、添字集合 $N(i)$ は $N_{NR}(i)$ と $N_R(i)$ の和集合となる。以降、建物ポリゴン B_i について、隣棟関係 $\{e_{ij}, j \in N(i)\}$ に着目する場合、「道路と交差する隣棟関係を含める場合」と記す。他方、隣棟関係 $\{e_{ij}, j \in N_{NR}(i)\}$ に着目する場合、「道路と交差する隣棟関係を含めない場合」と記す。

3. 壁面間距離の定義と計測方法

面ボロノイ領域を生成する過程で生じる点ボロノイ領域に着目する。点ボロノイ領域の集合 $\{V(Q_{i,k}) | k = 1, \dots, q_i\}$ のうち、 B_i の頂点 $P_{i,o}$ (図3右の黒丸。ただし、 o は B_i の頂点の添字を表す) を含む点ボロノイ領域 (図3の白色または淡灰色 (道路を表す) の領域) を除くと⁽¹⁾、建物ポリゴン B_i と重ならない領域 (図3の濃赤色または淡赤色の領域) :

$$W(Q_{i,k}) \equiv V(Q_{i,k}) - \{V(Q_{i,k}) \cap B_i\}, \quad (1)$$

は近似的に幅が ϵ [m]の矩形領域⁽²⁾と見なすことができる。以降、集合 $\{W(Q_{i,k}) | P_{i,o} \notin V(Q_{i,k}), k = 1, \dots, m_i\}$ に着目する。ただし、 m_i は矩形領域 $W(Q_{i,k})$ の総数を表し、 q_i と B_i の頂点の総数の差である。 $W(Q_{i,k})$ の面積を $A(W(Q_{i,k}))$ [m²]と表記する。このとき、点 $Q_{i,k}$ から $AV(B_i)$ の境界線までの距離は矩形領域の高さ $A(W(Q_{i,k}))/\epsilon$ [m]となる。

図3のように、互いに隣棟関係にある矩形領域 $W(Q_{i,k})$ と $W(Q_{j,l})$ (ただし、 $j \in N(i), l \in \{1, \dots, m_j\}$) が互いに接する辺 (ボロノイ辺) は線分 $Q_{i,k}Q_{j,l}$ (ただし、 $j \in N(i)$) の垂直二等分線である。従って、任意の矩形領域 $W(Q_{i,k})$ について、壁面間距離 $u_{i,j,k}$ は次式のように定義される :

$$u_{i,j,k} = 2A(W(Q_{i,k}))/\epsilon, \quad \forall i, j \in N(i), k \in \{1, \dots, m_i\}. \quad (2)$$

B_i の周長が L_i のとき、 q_i と m_i は ϵ の設定に依存する。以降、 $\epsilon = 1$ mに設定すると、 $m_i \cong L_i - (\text{B}_i \text{の頂点の総数})$ となる。また、 $j \in N(i)$ のとき、 $u_{i,j,k} = u_{i,k}$ と略記し、 $j \in N_{NR}(i)$ のとき、 $u_{i,j,k}$ 、 $j \in N_{NR}(i)$ と明記する。

3. 1 道路と交差する隣棟関係を含める場合

道路 (図3の淡灰色の領域) と交差する隣棟関係を含める場合、図3の濃赤色または淡赤色の領域に着目する。このとき、壁面間距離の最大値、最小値そして平均はそ

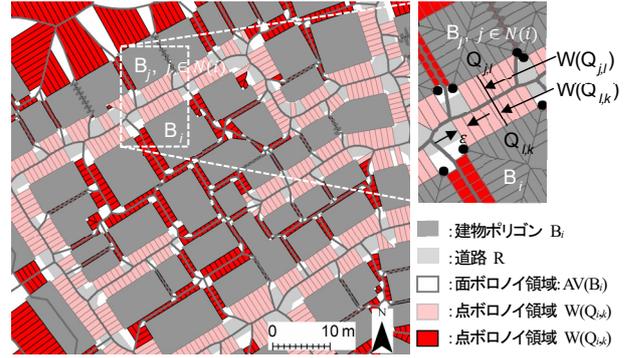


図3: 壁面間距離の定義と計測方法。

れぞれ次式のように表記できる :

$$u_{\max,i} \equiv \max_{k \in \{1, \dots, m_i\}} u_{i,k}, \quad \forall i, \quad (3)$$

$$u_{\min,i} \equiv \min_{k \in \{1, \dots, m_i\}} u_{i,k}, \quad \forall i, \quad (4)$$

$$\bar{u}_i = \sum_{k=1}^{m_i} u_{i,k} / m_i, \quad \forall i. \quad (5)$$

3. 2 道路と交差する隣棟関係を含めない場合

道路と交差する隣棟関係を含めない場合、図3の濃赤色の領域のみに着目する。このとき、壁面間距離の最大値、最小値そして平均はそれぞれ次式のように表記できる :

$$u_{\max,i,j} \equiv \max_{k \in \{1, \dots, m_i\}} u_{i,j,k}, \quad \forall i, j \in N_{NR}(i), \quad (6)$$

$$u_{\min,i,j} \equiv \min_{k \in \{1, \dots, m_i\}} u_{i,j,k}, \quad \forall i, j \in N_{NR}(i), \quad (7)$$

$$\bar{u}_{i,j} = \sum_{k=1}^{m_i} u_{i,j,k} / (m_i - m_{R,i}), \quad \forall i, j \in N_{NR}(i). \quad (8)$$

ただし、 $m_{R,i}$ は集合 $\{W(Q_{i,k}) | P_{i,o} \notin V(Q_{i,k}), k = 1, \dots, m_i\}$ のうち道路 R と重なる矩形領域の総数を表す。

このように、壁面間距離を計測できる一方、壁面間距離の最小値と最大値の統計分布と建蔽率制限値や建物棟数密度との関係を理論的に考察することはできない。そこで、第4章では、壁面間距離の最大値と最小値の確率密度関数を理論分布として導出 (ただし、導出過程は割愛) し、建物棟数密度と建蔽率制限値から推定することを考える。第5章において、壁面間距離の最大値と最小値の理論分布と計測値分布を比較する。

4. 壁面間距離の最大値分布と最小値分布の理論分布

最小値と最大値の統計分布は極値分布として理論的

に研究されている．とくに，安定条件の仮定のもとで，極値分布は漸近的にガンベル分布（第一漸近分布），フレシエ分布（第二漸近分布），負のワイブル分布（第三漸近分布）のいずれかに従う（Gumbel, 1958）．

ガンベル分布は実数全体を定義域とする一方，フレシエ分布と負のワイブル分布はそれぞれ正の実数と負の実数を定義域とする確率分布である．フレシエ分布は最大値が従う分布である（Gumbel, 1958）．他方，ワイブル分布は負のワイブル分布と原点について対称な分布であり，最小値が従う分布である（高橋・志村, 2016）．壁面間距離の最小値と最大値は明らかに正であるため，これらの漸近分布としてワイブル分布とフレシエ分布に着目する．

フレシエ分布の確率密度関数 $g(u_{\max})$ は次式のように導出される（導出過程は割愛）：

$$g(u_{\max}) = \frac{z_{\max}}{v_{\max}} (u_{\max}/v_{\max})^{-z_{\max}-1} e^{-(u_{\max}/v_{\max})^{-z_{\max}}} \quad (9)$$

他方，ワイブル分布の確率密度関数 $h(u_{\min})$ は次式のように導出される（導出過程は割愛）：

$$h(u_{\min}) = \frac{z_{\min}}{v_{\min}} (u_{\min}/v_{\min})^{z_{\min}-1} e^{-(u_{\min}/v_{\min})^{z_{\min}}} \quad (10)$$

4. 1 パラメータの解釈と推定方法

未知のパラメータであるフレシエ分布の v_{\max} と z_{\max} 及びワイブル分布の v_{\min} と z_{\min} を推定する方法について詳述する．

フレシエ分布 $g(u_{\max})$ の平均と分散はそれぞれ次式のようなになる（Gumbel, 1958）：

$$E[u_{\max}] = v_{\max} \Gamma\left(1 - \frac{1}{z_{\max}}\right), \quad (11)$$

$$V[u_{\max}] = v_{\max}^2 \left[\Gamma\left(1 - \frac{2}{z_{\max}}\right) - \left\{ \Gamma\left(1 - \frac{1}{z_{\max}}\right) \right\}^2 \right]. \quad (12)$$

ただし， $\Gamma(1 - \beta/z)$ ($\beta = 1, 2$) はガンマ関数を表し， $z > 2$ である． $|\beta/z| < 1$ のとき，以下の近似式が成立する（Gumbel, 1958）．

$$\ln \Gamma(1 \pm \beta/z) \approx \pm \gamma \frac{\beta}{z} + \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{\beta}{z}\right)^2, \quad (13)$$

ただし， $\gamma \cong 0.58$ はオイラー定数である．ガンマ関数は無次元量であることに注意すると，(11)式と(13)式から， v_{\max} は u_{\max} と同様に長さの次元をもつことがわかる．こ

こで，(11)式と(12)式を v_{\max} と z_{\max} に関する連立方程式系として扱い，地域における壁面間距離の最大値 $\{u_{\max,i} | i = 1, \dots, n\}$ の平均((14)式)と分散(標準偏差 s_{\max} の二乗)((15)式)をそれぞれ(11)式と(12)式に代入することで， v_{\max} と z_{\max} を推定することができる．

$$\bar{u}_{\max} = \sum_{i=1}^n u_{\max,i} / n \quad (14)$$

$$s_{\max}^2 = \sum_{i=1}^n (u_{\max,i} - \bar{u}_{\max})^2 / n \quad (15)$$

(11)式，(12)式，(13)式，(14)式，(15)式から， v_{\max} と z_{\max} は次式のように \bar{u}_{\max} と s_{\max}^2 から推定することができる．

$$v_{\max} \approx e^{-\left\{ \frac{\gamma}{z_{\max}} + \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{1}{z_{\max}}\right)^2 \right\}} \cdot \bar{u}_{\max}, \quad (16)$$

$$z_{\max} \approx \sqrt{\frac{\pi^2}{6} \{ \ln(\eta_{\max}^2 + 1) \}^{-1}}. \quad (17)$$

ただし， $\eta_{\max} \equiv s_{\max} / \bar{u}_{\max}$ は壁面間距離の最大値の変動係数を表す．(17)式は，(12)式，(13)式，(15)式から導出される次式を z_{\max} （ただし， $z_{\max} > 0$ ）について解くことで得られる．

$$\eta_{\max}^2 = \frac{s_{\max}^2}{\bar{u}_{\max}^2} \approx e^{\frac{\pi^2}{6} \left(\frac{1}{z_{\max}}\right)^2} - 1. \quad (18)$$

なお，道路と交差する隣棟関係を含めない場合，(14)式と(15)式において， $u_{\max,i}$ を $u_{\max,i,j}$ ， $j \in N_{NR}(i)$ として，改めて \bar{u}_{\max} と s_{\max}^2 を計算すればよい．

ここで， v_{\max} と z_{\max} の意味づけをする．(17)式より， z_{\max} は η_{\max} の減少関数であることから， z_{\max} は壁面間距離の最大値の変動係数に関する無次元のパラメータを意味すると解釈できる．他方，(16)式より， v_{\max} は長さの次元をもつ量であると解釈することができる．

ワイブル分布 $h(u_{\min})$ の平均と分散はそれぞれ次式のようなになる（Gumbel, 1958）：

$$E[u_{\min}] = v_{\min} \Gamma\left(1 + \frac{1}{z_{\min}}\right), \quad (19)$$

$$V[u_{\min}] = v_{\min}^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{z_{\min}}\right) - \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{1}{z_{\min}}\right) \right\}^2 \right]. \quad (20)$$

ガンマ関数は無次元量であることに注意すると，(19)式と(20)式から， v_{\min} は u_{\min} と同様に長さの次元をもつことがわかる．(19)式と(20)式を v_{\min} と z_{\min} に関する連立方程式系として扱い，地域における壁面間距離の最小値 $\{u_{\min,i} | i = 1, \dots, n\}$ の平均((21)式)と分散(標準偏差 s_{\min} の二乗)((22)式)をそれぞれ(19)式と(20)式に代入する

ことで、 v_{\min} と z_{\min} を推定することができる。

$$\bar{u}_{\min} = \sum_{i=1}^n u_{\min,i}/n \quad (21)$$

$$s_{\min}^2 = \sum_{i=1}^n (u_{\min,i} - \bar{u}_{\min})^2/n \quad (22)$$

(13)式、(19)式、(20)式、(21)式、(22)式から、 v_{\min} と z_{\min} は次式のように \bar{u}_{\min} と s_{\min}^2 から推定することができる。

$$v_{\min} \approx e^{\frac{\gamma}{z_{\min}} - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{1}{z_{\min}}\right)^2} \cdot \bar{u}_{\min}, \quad (23)$$

$$z_{\min} \approx \sqrt{\frac{\pi^2}{6} \{\ln(\eta_{\min}^2 + 1)\}^{-1}}. \quad (24)$$

ただし、 $\eta_{\min} \equiv s_{\min}/\bar{u}_{\min}$ は壁面間距離の最小値の変動係数を表す。(24)式は、(13)式、(20)式、(22)式から導出される次式を z_{\min} (ただし、 $z_{\min} > 0$) について解くことで得られる。

$$\eta_{\min}^2 = \frac{s_{\min}^2}{\bar{u}_{\min}^2} \approx e^{\frac{\pi^2}{6} \left(\frac{1}{z_{\min}}\right)^2} - 1. \quad (25)$$

なお、道路と交差する隣棟関係を含めない場合、(21)式と(22)式において、 $u_{\min,i}$ を $u_{\min,i,j}$ 、 $j \in N_{NR}(i)$ として、改めて \bar{u}_{\min} と s_{\min}^2 を計算すればよい。

ここで、 v_{\min} と z_{\min} の意味づけをする。(24)式より、 z_{\min} は η_{\min} の減少関数であることから、 z_{\min} は壁面間距離の最小値の変動係数に関する無次元のパラメータを意味すると解釈できる。他方、(23)式より、 v_{\min} は長さの次元をもつ量であると解釈することができる。

4.2 建物棟数密度と建蔽率制限値によるパラメータの推定方法

ところで、地域における壁面間距離の最大値や最小値の平均と分散を計測することは容易でない。このため、パラメータ v_{\max} と z_{\max} 及び v_{\min} と z_{\min} を建蔽率制限値や建物棟数密度の関数として推定することができれば、壁面間距離の各統計分布を簡便に推定することが可能となるだけでなく、建物棟数密度やゾーニング規制としての建蔽率制限値の変化に対する壁面間距離の最小値や最大値の統計分布の変化を見通し良く考察することにも資する。

そこで、二段階に分けて、建物棟数密度と建蔽率制限値から v_{\max} と v_{\min} を見通し良く推定する方法を考える。第一に、(17)式と(24)式より、 η_{\max} と η_{\min} の値は地域に関らず安定 (以降、「 η_{\min} と η_{\max} の安定性」と記す。) であ

るならば、 z_{\max} と z_{\min} は実質的に定数として扱うことができる。このため、以降、 η_{\min} と η_{\max} の安定性を仮定する。このとき、(16)式において、 v_{\max} は $e^{-\left\{\frac{\gamma}{z_{\max}} + \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{1}{z_{\max}}\right)^2\right\}}$ を比例定数とする \bar{u}_{\max} の一次関数となる。同様に、(23)式において、 v_{\min} は $e^{\frac{\gamma}{z_{\min}} - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{1}{z_{\min}}\right)^2}$ を比例定数とする \bar{u}_{\min} の一次関数となる。前述のように、 v_{\max} と v_{\min} は長さの次元をもつ。第二に、壁面間距離の平均 (後述の $\bar{u}'(w)$) を建物棟数密度や建蔽率制限値の関数として定式化し、 \bar{u}_{\max} と \bar{u}_{\min} はそれぞれ $\bar{u}'(w)$ に比例する (以降、「 \bar{u}_{\max} と \bar{u}_{\min} の $\bar{u}'(w)$ に対する線型性」と記す。) と仮定する。

壁面間距離の平均は、既往研究に基づいて定式化することができる (薄井・寺木, 2018)。均一な面積をもつ正方形敷地で構成される正方格子状の地域モデルにおいて、①敷地形状と建物の平面形状は互いに相似、②敷地と建物を表す正方形の図心と向きはそれぞれ一致、③任意の敷地の建蔽率は地域の建蔽率制限値 μ と等しいと仮定する。地域の建物棟数 n 、面積 S 、道路延長密度 λ 、平均道路幅員 w の地域の場合、建物棟数密度 (グロス) と建物棟数密度 (ネット) はそれぞれ $\rho = n/S$ 、 $\rho_N(\rho, w, \lambda) \approx \rho/(1 - w\lambda)$ となる。道路と交差する隣棟関係を考慮しない場合、壁面間距離の平均は次式のように定式化できる：

$$\bar{u}'(\rho, w, \lambda, \mu) \equiv (1 - \sqrt{\mu})\sqrt{1/\rho_N(\rho, w, \lambda)}, \quad (26)$$

ただし、道路と交差する隣棟関係を含める場合、(26)式において $w = 0$ とすればよい。以降、 $\bar{u}'(\rho, w, \lambda, \mu)$ と $\rho_N(\rho, w, \lambda)$ をそれぞれ $\bar{u}'(w)$ と $\rho_N(w)$ と略記する。

前述のように、 \bar{u}_{\max} と \bar{u}_{\min} の $\bar{u}'(w)$ に対する線型性を仮定すると、 \bar{u}_{\max} と \bar{u}_{\min} は次式のように定式化できる：

$$\bar{u}_{\max} = \tau \bar{u}'(w), \quad (27)$$

$$\bar{u}_{\min} = \delta \bar{u}'(w). \quad (28)$$

ただし、 τ と δ は比例定数である。また、 η_{\min} と η_{\max} の安定性を仮定すると、(16)式、(17)式、(23)式、(24)式、(26)式、(27)式及び(28)式から、 v_{\max} と v_{\min} は $\rho_N(w)$ と μ から簡便に推定することができる。

$$v_{\max} \approx e^{-\left\{\frac{\gamma}{z_{\max}} + \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{1}{z_{\max}}\right)^2\right\}} \cdot \tau \frac{(1 - \sqrt{\mu})}{\sqrt{\rho_N(w)}}, \quad (29)$$

$$v_{\min} \approx e^{\frac{\gamma}{z_{\min}} - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{1}{z_{\min}}\right)^2} \cdot \delta \frac{(1 - \sqrt{\mu})}{\sqrt{\rho_N(w)}}, \quad (30)$$

このように、 η_{\min} と η_{\max} の安定性の仮定の下では、 z_{\max} と z_{\min} は地域に関らず一定となり、 $e^{-\{\frac{\gamma}{z_{\max}} + \frac{\pi^2}{12}(\frac{1}{z_{\max}})^2\}}$ と $e^{\frac{\gamma}{z_{\min}} - \frac{\pi^2}{12}(\frac{1}{z_{\min}})^2}$ は定数となるため、 v_{\max} と v_{\min} はそれぞれ \bar{u}_{\max} と \bar{u}_{\min} に比例する。加えて、 \bar{u}_{\max} と \bar{u}_{\min} の $\bar{u}'(w)$ に対する線型性の仮定の下で、①建物棟数密度が高い地域ほど v_{\max} と v_{\min} は小さく、②建蔽率制限値が高い地域ほど v_{\max} と v_{\min} は小さくなる。

4.3 建物棟数密度と建蔽率制限値による壁面間距離の最大値と最小値の理論分布の推定式

建物棟数密度 $\rho_N(w)$ と建蔽率制限値 μ から壁面間距離の最大値と最小値の理論分布を推定する場合、それぞれ $g(u_{\max}; \rho_N(w), \mu)$ と $h(u_{\min}; \rho_N(w), \mu)$ のように記す。 $g(u_{\max}; \rho_N(w), \mu)$ については、(17)式と(29)式より推定することができる。

$$g(u_{\max}; \rho_N(w), \mu) = \frac{z_{\max}}{v_{\max}} \left(\frac{u_{\max}}{v_{\max}} \right)^{-z_{\max}-1} e^{-\left(\frac{u_{\max}}{v_{\max}} \right)^{-z_{\max}}}, \quad (31)$$

$$z_{\max} \approx \sqrt{\frac{\pi^2}{6} \{\ln(\eta_{\max}^2 + 1)\}^{-1}}, \quad (17)$$

$$v_{\max} \approx e^{-\left\{ \frac{\gamma}{z_{\max}} + \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{1}{z_{\max}} \right)^2 \right\}} \cdot \tau \frac{(1-\sqrt{\mu})}{\sqrt{\rho_N(w)}}. \quad (29)$$

また、 $h(u_{\min}; \rho_N(w), \mu)$ は、(24)式と(30)式より推定することができる。

$$h(u_{\min}; \rho_N(w), \mu) = \frac{z_{\min}}{v_{\min}} \left(\frac{u_{\min}}{v_{\min}} \right)^{z_{\min}-1} e^{-\left(\frac{u_{\min}}{v_{\min}} \right)^{z_{\min}}}, \quad (32)$$

$$z_{\min} \approx \sqrt{\frac{\pi^2}{6} \{\ln(\eta_{\min}^2 + 1)\}^{-1}}, \quad (24)$$

$$v_{\min} \approx e^{\frac{\gamma}{z_{\min}} - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{1}{z_{\min}} \right)^2} \cdot \delta \frac{(1-\sqrt{\mu})}{\sqrt{\rho_N(w)}}. \quad (30)$$

次章では、実市街地を対象に、① \bar{u}_{\max} と \bar{u}_{\min} の $\bar{u}'(w)$ に対する線型性と② η_{\min} と η_{\max} の安定性をそれぞれ検証し、壁面間距離の最大値と最小値の計測値分布と理論分布を比較する。

5. 壁面間距離の理論分布と計測値分布の比較

第2章で既述したように、道路と交差する隣棟関係を含める場合の壁面間距離のほうが、道路と交差する隣棟関係を含めない場合よりも長い傾向にあると予想される。このため、まず、両者の場合について、実市街地における壁面間距離の最大値と最小値の各計測値分布を

明らかにする。つぎに、① \bar{u}_{\max} と \bar{u}_{\min} の $\bar{u}'(w)$ に対する線型性と② η_{\min} と η_{\max} の安定性をそれぞれ検証し、 $g(u_{\max}; \rho_N(w), \mu)$ と $h(u_{\min}; \rho_N(w), \mu)$ を壁面間距離の最大値と最小値の理論分布として適用する。

実市街地における対象地域として、東京都墨田区の町丁目のうち、「地震時等に著しく危険な密集市街地（国土交通省都市局都市安全課・住宅局市街地建築課市街地住宅整備室、2012）」を含みかつ道路延長密度と建物棟数密度のバランスを考慮して20町丁目を選定する。図5は、地震に関する地域危険度が極めて高い東京都墨田区京島3丁目と東向島5丁目、戦災復興区画整理事業が施行され地域危険度が低い石原3丁目（以降、「対象3地域」と記す。）における建物の配置と構造種別を描いたものである⁶⁾。京島3丁目と東向島5丁目の建物棟数密度（グロス）はそれぞれ108棟/haと71棟/haである一方、石原3丁目の建物棟数密度は54棟/haである。平均道路幅員はそれぞれ5.9m、6.5mそして10.0mである。紙面の制約のため、対象3地域において、第3章にて詳述した方法により、建物ごとに壁面間距離の最大値と最小値を計測する。

5.1 \bar{u}_{\max} と \bar{u}_{\min} の $\bar{u}'(w)$ に対する線型性及び η_{\min} と η_{\max} の安定性の検証

実市街地を対象に、① \bar{u}_{\max} と \bar{u}_{\min} の $\bar{u}'(w)$ に対する線型性と② η_{\min} と η_{\max} の安定性を検証するために、墨田区の20町丁目において、道路と交差する隣棟関係を含める場合と道路と交差する隣棟関係を含めない場合それぞれについて、 \bar{u}_{\max} 、 \bar{u}_{\min} 、 $\bar{u}'(w)$ 、 η_{\min} そして η_{\max} を計測する。

図5は、 \bar{u}_{\max} と $\bar{u}'(w)$ の関係と \bar{u}_{\min} と $\bar{u}'(w)$ の関係を散布図として描いたものである。道路と交差する隣棟関係を含める場合、 \bar{u}_{\max} と $\bar{u}'(w=0)$ をそれぞれ被説明変数と説明変数とする単回帰分析により τ を推定した結果、 $\tau = 4.20$ （決定係数 R^2 は0.98）となった。また、 \bar{u}_{\min} と $\bar{u}'(w=0)$ をそれぞれ被説明変数と説明変数とする単回帰分析により δ を推定した結果、 $\delta = 0.19$ （ R^2 は0.95）となった。

他方、道路と交差する隣棟関係を含めない場合、 \bar{u}_{\max} と $\bar{u}'(w)$ をそれぞれ被説明変数と説明変数とする単回帰分析により τ を推定した結果、 $\tau = 2.57$ （ R^2 は0.97）となった。また、 \bar{u}_{\min} と $\bar{u}'(w)$ をそれぞれ被説明変数と説明変数とする単回帰分析により δ を推定した結果、 $\delta = 0.25$

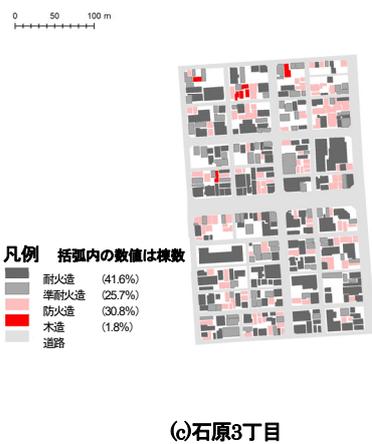
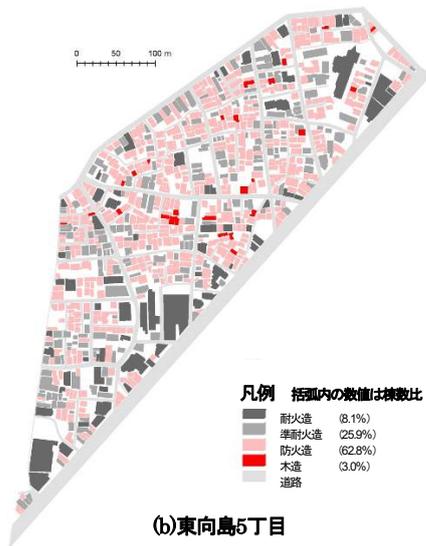
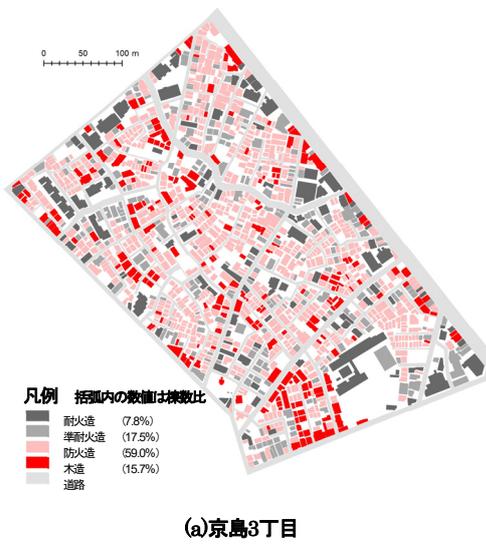


図4：建物の配置と構造種別 (ρ : 建物棟数密度 (グロス) [棟/m²], λ : 道路延長密度 [m/m²], w : 平均道路幅員 [m], κ : 一道路率, μ : 建蔽率制限値)

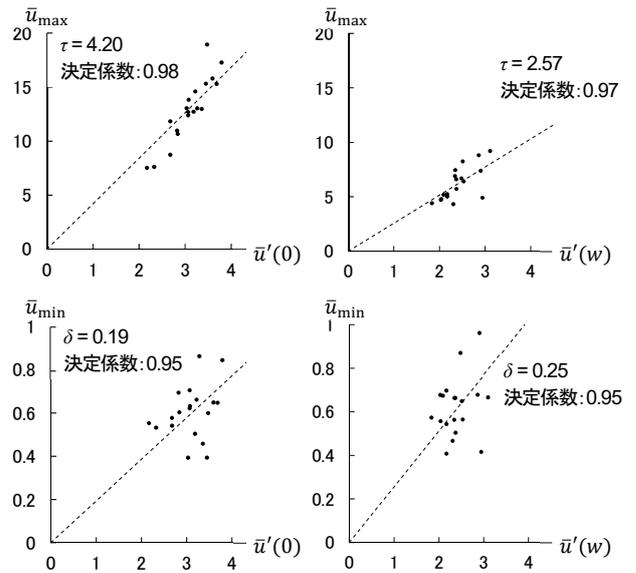


図5: 対象地域における \bar{u}_{\max} と $\bar{u}'(w)$ の関係(上)と \bar{u}_{\min} と $\bar{u}'(w)$ の関係(下) (単位: m). (左: 道路と交差する隣棟関係を含める場合 ($w = 0$), 右: 道路と交差する隣棟関係を含めない場合)

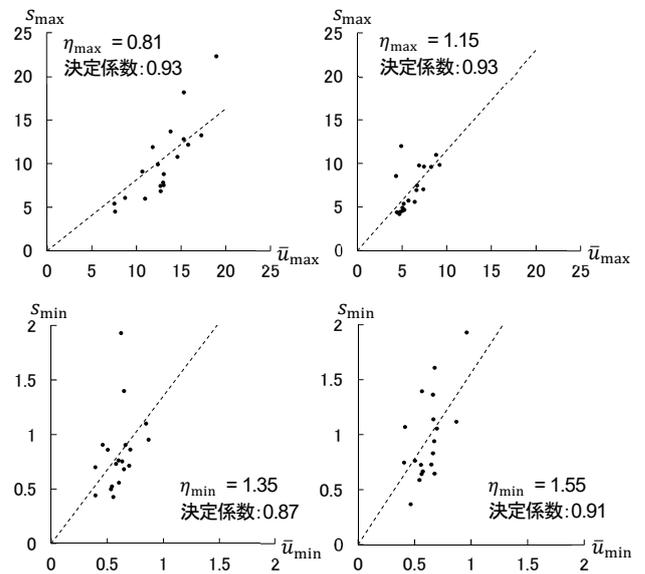


図6: 対象地域における \bar{u}_{\max} と S_{\max} の関係(上)と \bar{u}_{\min} と S_{\min} の関係(下) (単位: m). (左: 道路と交差する隣棟関係を含める場合, 右: 道路と交差する隣棟関係を含めない場合)

(R^2 は0.95)となった。これらの結果から、 \bar{u}_{\max} と \bar{u}_{\min} の $\bar{u}'(w)$ に対する線型性を仮定することは妥当であり、 \bar{u}_{\max} と \bar{u}_{\min} は $\bar{u}'(w)$ から簡便に推定できることがわかる。

変動係数 η_{\max} の安定性を検証するために、 s_{\max} と \bar{u}_{\max} をそれぞれ被説明変数と説明変数とする単回帰分析を行う。このとき、 η_{\max} を単回帰係数として推定することができる。同様に、変動係数 η_{\min} の安定性を検証するために、 s_{\min} と \bar{u}_{\min} をそれぞれ被説明変数と説明変数とする単回帰分析を行い、 η_{\min} を単回帰係数として推定する。図6は、対象地域における \bar{u}_{\max} と s_{\max} の関係と \bar{u}_{\min} と s_{\min} の関係を散布図として描いたものである。単回帰分析の結果、道路と交差する隣棟関係を考慮する場合、 $\eta_{\max} = 0.81$ (R^2 は0.93)、 $\eta_{\min} = 1.35$ (R^2 は0.87)となった。

他方、道路と交差する隣棟関係を含まない場合、 $\eta_{\max} = 1.15$ (R^2 は0.93)、 $\eta_{\min} = 1.55$ (R^2 は0.91)となった。これらの結果から、 s_{\max} は \bar{u}_{\max} に比例すること、 s_{\min} は \bar{u}_{\min} に比例することがわかる。つまり、 η_{\min} と η_{\max} の安定性を仮定することは妥当である。従って、 s_{\max} と s_{\min} はそれぞれ \bar{u}_{\max} と \bar{u}_{\min} から簡便に推定できる。上述のように、 \bar{u}_{\max} と \bar{u}_{\min} は $\bar{u}'(w)$ から簡便に推定できることから、 s_{\max} と s_{\min} は $\bar{u}'(w)$ から推定できることがわかる。

5. 2 壁面間距離の理論分布と計測値分布の比較

図7と図8は、それぞれ道路と交差する隣棟関係を含まれる場合について、対象3地域における壁面間距離の計測値分布と理論分布を描いたものである。ヒストグラムは壁面間距離の最大値分布と最小値分布の計測値分布を描いたものである。実線のグラフは、① \bar{u}_{\max} と \bar{u}_{\min} の $\bar{u}'(w)$ に対する線型性と② η_{\min} と η_{\max} の安定性の仮定のもとで、 $\rho_N(w)$ と μ から v_{\max} と z_{\max} 及び v_{\min} と z_{\min} を推定して $g(u_{\max}; \rho_N(w), \mu)$ と $h(u_{\min}; \rho_N(w), \mu)$ を描いたものである。他方、破線のグラフは、各町丁目における壁面間距離の最大値の平均と分散の計測値 ((39)式と(40)式) 及び最小値の平均と分散の計測値 ((46)式と(47)式) から v_{\max} と z_{\max} 及び v_{\min} と z_{\min} を算出して、 $g(u_{\max})$ と $h(u_{\min})$ を描いたものである。

図7から、道路と交差する隣棟関係を含まれる場合、壁面間距離の最大値と最小値の計測値分布はそれぞれ $g(u_{\max})$ と $h(u_{\min})$ (ともに破線) と概ね一致する傾向にあることがわかる。他方、図8から、道路と交差する隣棟関係を含まない場合についても、壁面間距離の最小値の計測値分布は $h(u_{\min})$ (破線) と概ね一致する傾向にある。ところが、壁面間距離の最大値の計測値分布の最頻

値は $g(u_{\max})$ (破線) の最頻値よりも小さい傾向にあることがわかる。

実線と破線のグラフを比較すると、① $h(u_{\min}; \rho_N(w), \mu)$ の最頻値のほうが $h(u_{\min})$ の最頻値よりも小さい傾向にあり、前者の分布のほうが最頻値の近傍に集中する傾向にあること、② $g(u_{\max}; \rho_N(w), \mu)$ と $g(u_{\max})$ は、石原3丁目の道路と交差する隣棟関係を考慮する場合を除き、概ね一致する傾向にあることがわかる。

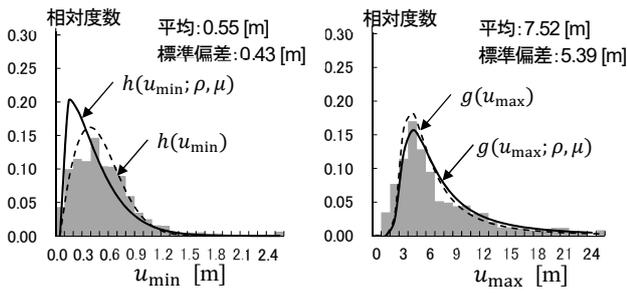
従って、壁面間距離の最小値分布の理論分布として $h(u_{\min}; \rho_N(w), \mu)$ を用いる場合、①最頻値は過小に推定される傾向にあり、② $h(u_{\min}; \rho_N(w), \mu)$ は計測値分布よりも最頻値の近傍に集中する傾向にあることに留意すべきである。他方、壁面間距離の最大値分布の理論分布として $g(u_{\max}; \rho_N(w), \mu)$ を用いる場合、①壁面間距離の最大値の最頻値は過大に推定される傾向にあることに留意すべきである。

上述の傾向は、壁面間距離の最小値と最大値の理論分布を実市街地における住環境評価に応用する場合に留意する必要がある。たとえば、地域における延焼リスクを評価する場合、壁面間距離の最小値の分布がとくに重要となる。 $h(u_{\min}; \rho_N(w), \mu)$ の最頻値は計測値分布よりも過小となり、かつ、 $h(u_{\min}; \rho_N(w), \mu)$ は計測値分布よりも最頻値の近傍に集中することは、壁面間距離に基づく延焼リスクを安全側に(厳しく)評価する傾向にあることを意味する。他方、地域における住環境の快適性(通風・採光・遮音等)を評価する場合、壁面間距離の最大値の分布も重要となる。 $g(u_{\max}; \rho_N(w), \mu)$ の最頻値は計測値分布よりも過大となることは、通風・採光・遮音の各性能を甘く評価する傾向にあることを意味する。

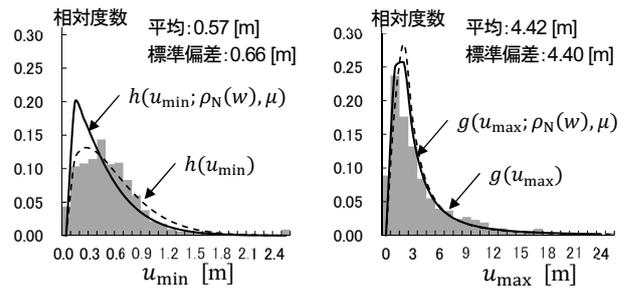
このように、壁面間距離の最小値と最大値の理論分布を $\rho_N(w)$ と μ から簡便に推定できることは、実市街地における壁面間距離の不均一さを考慮した住環境評価に資する一方で、延焼リスクについては安全側に(厳しく)評価する傾向にあり、通風・採光・遮音等の各性能については甘く評価する傾向にあることに留意する必要がある。

6. おわりに

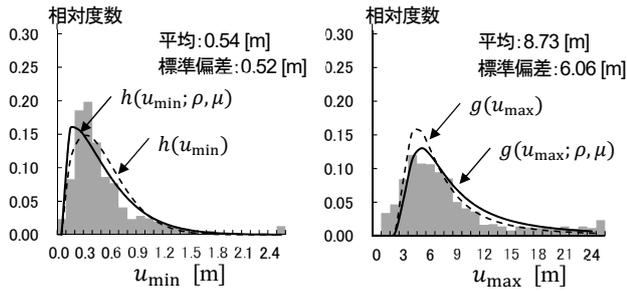
本稿では、壁面間距離の最小値や最大値の統計分布と建蔽率制限値及び建物棟数密度との関係を確率密度関



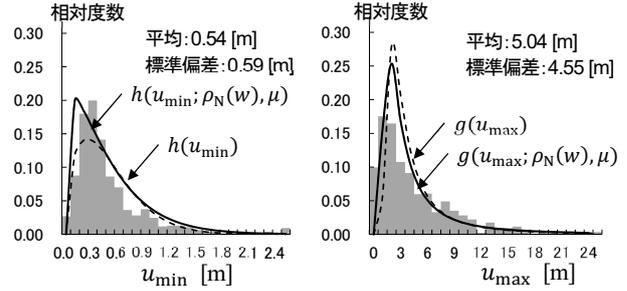
(a)京島3丁目



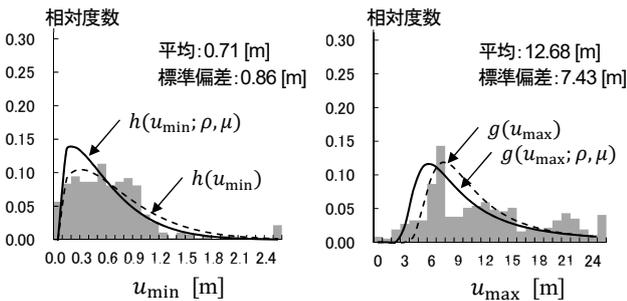
(a)京島3丁目



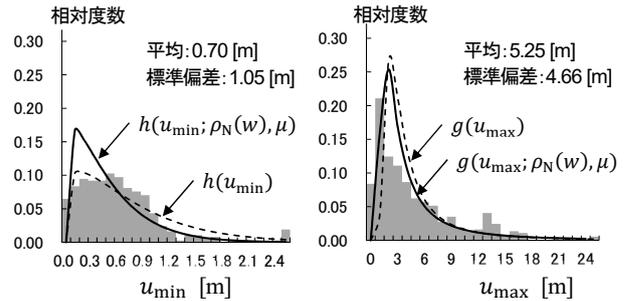
(b)東向島5丁目



(b)東向島5丁目



(c)石原3丁目



(c)石原3丁目

図7:対象3地域における壁面間距離の最大値 u_{max} と最小値 u_{min} の計測値分布(ヒストグラム)と最大値と最小値の理論分布(実線と破線)。(道路と交差する隣棟関係を含める場合)

図8:対象3地域における壁面間距離の最大値 u_{max} と最小値 u_{min} の計測値分布(ヒストグラム)と最大値と最小値の理論分布(実線と破線)。(道路と交差する隣棟関係を含めない場合)

数として理論的に解明した. 主要な結論はつぎのとおりである.

第一に, 壁面間距離の最大値分布と最小値分布を漸近分布(それぞれフレシェ分布とワイブル分布)として理論的に導出し, ワイブル分布とフレシェ分布のパラメータを建物棟数密度(ネット)と建蔽率制限値から簡便に推定する方法を構築することで, 壁面間距離の各統計分布を確率密度関数として簡便に推定できることがわかった. 第二に, 建物棟数密度や建蔽率制限値の変化に対する各統計分布の変化を見通し良く分析できることを示すとともに, 壁面間距離の各計測値分布と比較することで, ワイブル分布とフレシェ分布を理論分布として適

用する際の留意点を明確にした. 第3章において詳述した方法の場合, 壁面間距離を計測するには時間と手間を要する. 壁面間距離の最小値と最大値の統計分布を建蔽率制限値と建物棟数密度から簡便に推定できることで, 壁面間距離を計測する必要はなくなる. 加えて, 建蔽率制限値や建物棟数密度の変化に対する各分布の変化を見通しよく分析することができる. 住環境評価において壁面間距離の不均一さを考慮できる点において, 本稿は高い実用性を備えているといえる.

前述のように, 都市計画において, 隣棟関係にある建物の壁面間距離は, 地域における住環境の安全性(延焼リスク)や快適性(通風, 採光, 遮音等)を評価するた

めに重要である。とくに、各建物における壁面間距離の最小値は延焼リスクを安全側に（厳しく）評価するために重要である。一見すると、町丁目の建物棟数密度が大きいほど、壁面間距離の最小値分布は左にシフトすると思われる。ところが、道路と交差する隣棟関係を含めるかどうか、建物棟数密度の大小に関らず、壁面間距離の最小値は高々2mまでの範囲に分布していることがわかった。壁面間距離が1m未満の場合、構造種別に関らず隣棟への延焼確率は高いことから、建物の延焼防止対策は極めて重要である（青木，2006）。

最後に、今後の課題と応用について述べる。第一に、 \bar{u}_{\max} と \bar{u}_{\min} の $\bar{u}'(w)$ に対する線型性及び η_{\min} と η_{\max} の安定性について、対象地域以外でも成立するかどうか検証する必要がある。第二に、壁面間距離の最小値分布と最大値分布を住環境評価に応用することで、建物棟数密度及び建蔽率制限値から延焼リスク、通風、採光、遮音等に関する確率論的評価を行うことができる。とくに、延焼リスクと壁面間距離の関係式については、公理的アプローチにより導出されている（青木，2006）。これと本稿において導出した $h(u_{\min}; \rho, \mu)$ や $h(u_{\min}; \rho_N(w), \mu)$ と連立させることで、各町丁目における延焼確率分布（延焼確率の確率密度関数）を建物棟数密度と建蔽率制限値から簡便に推定することができる。既往研究では、建物棟数密度の変化に対する延焼確率分布の変化を見通しよく分析する理論を構築している（薄井・寺木，2018）。ところが、壁面間距離の最小値と最大値については考慮されていない。壁面間距離の最小値の確率密度関数 $(h(u_{\min}; \rho, \mu)$ や $h(u_{\min}; \rho_N(w), \mu))$ に着目することで、延焼確率分布をより厳しく評価することに資することができる。

謝辞

本研究は（公財）鹿島学術振興財団およびJSPS科研費JP 20H02383の助成を受けました。千葉工業大学の寺木彰浩教授より本稿の改善点をご指摘頂きました。ここに記し謝意を申し上げます。

補注

- (1) 頂点方向への延焼は火炎のエネルギー伝達の効率等の面で想定しにくいいため、本稿では無視する。

- (2) 厳密には建物ポリゴンの辺とそれに垂直な二つのボロノイ辺で囲まれた台形となる。 ε が十分に小さいとき、 $W(Q_{i,k})$ は近似的に矩形とみなせる。
- (3) 建物ポリゴンおよび道路データとして、東京都都市計画地理情報システムデータを使用した。ここに記し謝意を表す。

参考文献

- 青木義次（2006）類焼の確率モデル、『建築計画・都市計画のための数学』，数理工学社，139-154.
- 小浦久子（2001）快適性の評価、『住環境 評価方法と理論』（浅見泰司編），東京大学出版会，87-104.
- 薄井宏行・浅見泰司（2013）敷地の平均奥行の推定とその精度，「都市計画論文集」，48（3），357-362.
- 市古太郎・権昌希（2002），既成市街地における建築物の「近接性」の定量化に関する研究—世田谷区太子堂地区を対象に—，「都市計画論文集」，37，7-12.
- 市古太郎（2004）法線走査法による建築隣接空間の定量化—空地の直和分解モデルとその実装—，「都市計画論文集」，39（3），679-684.
- 薄井宏行（2020）建物壁面間の距離の最大値分布と最小値分布，「地理情報システム学会講演論文集」，CD-ROM，C24-2-3.
- 薄井宏行・寺木彰浩（2018）建物棟数密度の減少による延焼確率の減少効果—正方形敷地の仮定に基づく延焼確率分布の導出及び密集市街地における延焼リスク評価への応用—，「都市計画論文集」，53（3），1507-1614.
- Usui, H., Teraki, A., Okunuki, K. and Satoh, T. (2020) A comparison of neighbourhood relations based on ordinary Delaunay diagrams and area Delaunay diagrams: an application to define the neighbourhood relations of buildings, *International Journal of Geographical Information Science*, 34 (11), 2177-2203.
- Gumbel, E. J. (1958) *Statistics of Extremes*, Columbia Univ. Press, New York.
- 国土交通省都市局都市安全課・住宅局市街地建築課市街地住宅整備室，「地震時等に著しく危険な密集市街地」について，日本語，http://www.mlit.go.jp/report/press/house06_hh_000102.html，2020年8月27日.
- 高橋倫也・志村隆彰（2016）『極値統計学』，近代科学社。