

# ZDD を用いた小地域単位の避難所割当案の高速列挙・抽出手法

瀧澤重志

## Efficient Enumeration and Extraction Method of Small Region Partitioning for Evacuation Centers Using Zero-suppressed Binary Decision Diagram

Atsushi TAKIZAWA

**Abstract:** It became clear in the Great East Japan Earthquake that there are many residents who don't know where they should evacuate when a large-scale disaster occurs. Therefore, assignment of evacuation centers has been an important issue now. It is difficult to obtain exact solutions since the problem belongs to a kind of set cover problems. In this study, we formulate the problem which assigns each small area of a region to evacuation centers and propose the efficient method of enumerating all feasible solutions by Zero-suppressed Binary Decision Diagram (ZDD; Minato, 1993) and extracting the Pareto solution from the all solutions.

**Keywords:** 避難所割当 (assignment of evacuation centers), 小地域 (small region), ZDD (zero-suppressed binary decision diagram), 列挙 (enumeration)

### 1. はじめに

大規模災害が発生した際にどこに避難すればよいのかがわからない住民が多いことが、東日本大震災で明らかになり、避難所の地域への割当が重要な課題となっている。仮に最寄りの避難所に地域を割り当てる場合、人口や避難所の空間分布が一様ではなく、特定の避難所に避難者が集中する可能性があるため、避難者の平準化も考慮する必要がある。避難所を地域に割り当てる数理的な問題は集合分割問題などに属するが、先に述べた制約や割り当てられた地域のまとまりを確保しながら厳密解を求めるのは困難である。

昨年は地域を正方形メッシュ分割した上で、分割案を各領域が矩形和橢円形領域という凸形状の制約を付加した上で、逆探索と ZDD で全列挙

瀧澤重志 〒558-8585 大阪市住吉区杉本 3-3-138

大阪市立大学大学院工学研究科

Phone: 06-6605-2712

E-mail: takizawa@arch.eng.osaka-cu.ac.jp

する方法を提案した (Takizawa et al., 2013)。本報では、不整形な小地域単位で各小地域を避難所に割り当てる問題を定式化し、制約を満たす全ての割当を ZDD で全列挙する方法を提案する。さらに、無数の列挙案の中から、移動距離と収容率に関するパレート解を高速に抽出する方法も提案する。

### 2. 問題設定

#### 2.1 問題の定義

図 1 に示すような小地域のポリゴンで構成される対象地域全体を  $R$ 、各小地域を  $r \in R$  と表す。小地域を区別する際には、 $R = \{r_1, \dots, r_{|R|}\}$  と  $r$  にインデックスを付けて表記する。本研究では収容避難所を想定し、避難所の点の集合を  $E$ 、各避難所を  $e \in E$  と表す。避難所  $e$  を含む小地域を  $r_e$  と表す。反対に、 $r$  に含まれる避難所の集合を  $E_r \subseteq E$  と表す。二つ以上の異なる避難所が同じ小地域に属する場合があるが、その場合は  $E_r$  の

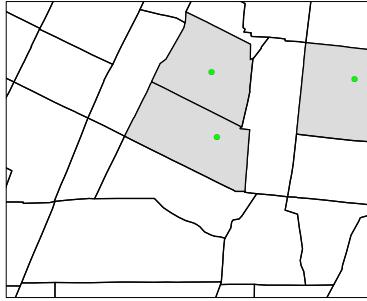


図-1 空間構成要素の説明：緑の丸=避難所，白いポリゴン=避難所を含まない小地域，グレーのポリゴン=避難所を含む小地域

中から任意の一つの避難所を選んで記号表現上代表させる。そして小地域と避難所を一対一対応させた避難所の集合を  $E' \subseteq E$  と表す。避難所を区別する際には、 $E' = \{e'_1, \dots, e'_{|E'|}\}$  とインデックスを付けて表す。また、各小地域の想定避難者数を  $p_r$ 、避難所  $e$  の収容者数を  $c_e$  とする。複数の避難所が小地域に存在する場合があるので、小地域単位で収容者の和を求め  $cs_{r_e}$  とおくと  $cs_{r_e} = \sum_{e' \in E_{r_e}} c_{e'}$  となる。次に、各小地域とその住人が避難する先の避難所を対応づける。避難所  $e' \in E'$  がカバーする小地域の集合（被覆）のうち、後述する実行可能な被覆の集合を  $\mathcal{R}_{e'} \subset R$  と表し、その一つを  $R_{e'} \in \mathcal{R}_{e'}$  と表す。各  $e' \in E'$  について  $R_{e'}$  を求めて組み合わせたものが、  
 $\bigcup_{e' \in E'} R_{e'} = R, R_{e'} \cap R_{f'} = \emptyset (f' \in E', e' \neq f')$  (C1) を満たすとき、その分割の組み合わせは、厳密被覆 (Exact Cover) となる。

## 2.2 制約条件

現実的な避難所割り当てを行うために、(C1)に加えて、以下の制約を導入する。

### 2.2.1 避難所を含む小地域の割当

避難所を含む小地域の住人は原則その避難所に逃げるものとする。すなわち以下の制約が満たされる必要がある。

$$r_e \in R_e \quad (C2)$$

### 2.2.2 小地域の包含関係

小地域のまとめを考慮し、同じ避難所に被覆される各小地域が連結し、さらに異なる避難所へ

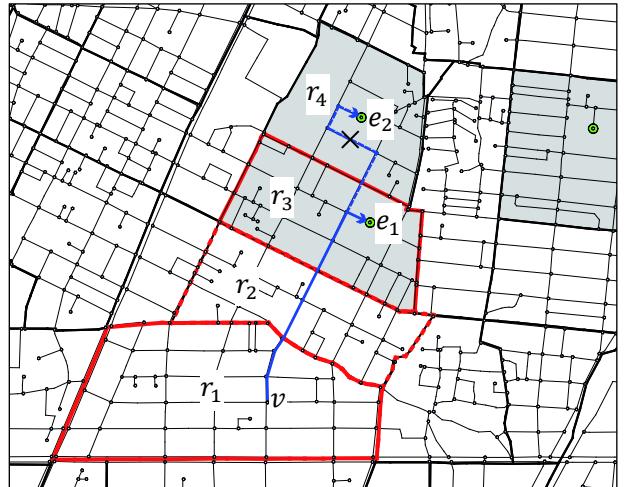


図-2 小地域の包含関係の説明：細線は道路のエッジ、グレーの○は交差点を示す。

向かう避難者の動線が交差しないよう、小地域の包含関係を定義する。図2に示すように、避難所  $e_1$  を含む小地域  $r_3$  が小地域  $r_1$  を被覆しようとしている状況だとする。もし  $r_1 \in R_{e_1}$  が成立する場合、以下の条件により  $r_2 \in R_{e_1}$  となっている必要がある。同図において、小地域  $r$  に含まれる交差点の集合を  $V_r$ 、各交差点を  $v \in V_r$  とする。また、対象地域内の道路の集合を  $A$  と表す。避難者は各交差点を起点として避難所へ逃げることとする。小地域内の避難者  $p_r$  は、各交差点を母点とするボロノイ領域の面積に比例して按分されるものとし、交差点上の避難者数  $p_{v_r}$  とする。各  $v$  から  $e$  までの避難経路を最短路と仮定し、その経路を構成する道路集合を  $PT_v^e \subset A$  とおく。図2の青色の実線は、 $v$  から  $e$  への最短路の例である。また、経路  $PT_v^e$  が通過する小地域の集合を  $RP(PT_v^e) \subset R$  とおき、それらの小地域  $r' \in RP(PT_v^e)$  に経路の起点  $v$  の避難者数  $p_{v_r}$  を加算し、通過人口の変数を  $pp_{r'}^e$  として保存する。小地域内の各交差点から避難所  $e$  への避難経路を求め上記の計算を行うと、 $pp_{r'}^e = \sum_{v \in V_r} p_{v_r} \cdot op(r', v, e)$  となる。ここで、

$$op(r', v, e) = \begin{cases} 1, & \text{if } r' \in RP(PT_v^e) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

である。小地域内に複数の避難所が存在する場合

があることを考慮し,  $pp_{r'}^e$  を避難所の収容者数に比例させて按分したもの, すなわち,  $pp_{r'} = \sum_{e \in E_r} pp_{r'}^e \cdot c_e / cs_r$  を, 通過避難者数とする.

もし  $r \in R_e$  となる場合,  $minp$  をパラメータとして,  $pp_{r'}/p_r \geq min\_p$  を満たす他の全ての小地域  $r' \in RP(PT_v^e), v \in V_r$  についても  $r' \in R_e$  となる必要がある(C3).  $r$  が  $r_{e'}$  に含まれる際に, C3 が満たされたために必要な小地域の集合を  $D_r^{e'} \subset R$  とおく.

### 2.2.3 他の避難所を含む小地域の横断禁止

図 2において, 避難所  $e_2$  を含む小地域  $r_4$  が小地域  $r_1$  を被覆しようとしているとする. 例えれば同図において  $v$  から  $e_2$  への最短経路が, 他の避難所がある  $r_3$  を横断している. このように, 他の避難所を含む小地域を横断する経路を通る避難者が一定数以上ある場合, すなわち  $pp_{r'}/p_r \geq min\_p$  を満たす小地域  $r' \in RP(PT_v^e), v \in V_r$  が一つでもある割当は禁止される(C4).

### 2.2.4 最長移動距離と最大収容率

$max\_dist$  と  $max\_cap$  をパラメータとする. もし  $r \in R_e$  が成立する場合, 経路  $PT_v^e$  の  $v \in V_r$  における平均距離が  $max\_dist$  以内に収まっている必要がある(C5). また, 避難所のキャパシティの和も, 避難者数の合計のある範囲に収まっている必要がある. すなわち,  $\sum_{r \in R_e} p_r / cs_{r_e} \leq max\_cap$  が成立している必要がある(C6).

## 3. 解法

### 3.1 ZDD による割当の表現

避難所を含む小地域は  $|E'|$  個ある. 各小地域からみれば, (C1)より, それらのどれか一つに被覆される. これは  $|E'|$  次元の  $\{0,1\}$  ベクトルで表現できる. 例えば,  $e'_1$  を含む小地域に当該の小地域が被覆されるときは  $(1,0,\dots,0)$  と表現する. 小地域は全部で  $|R|$  個があるので, それらの被覆は  $|E'| \times |R|$  次元の  $\{0,1\}$  ベクトルで表現できる. このベクトルを  $x$  とおき, その全ての組み合わせを ZDD で表現・保持する.

Algorithm 1 避難所  $e'$  を含む小地域がカバーする小領域の組み合わせの列挙

```

1   $Z \leftarrow \emptyset; EX \leftarrow \emptyset$ 
2  for each  $r \in R$ 
3    if (C2) is satisfied
4       $Z \leftarrow Z + ZDD(r)$ 
5    else if (C5) is satisfied
6      if (C4) is satisfied for all  $r' \in D_r^{e'}$ 
7         $Z \leftarrow Z + ZDD(D_r^{e'})$ 
8      else
9         $EX \leftarrow EX + \{r\}$ 
10     end if
11   end if
12 end for
13  $Z_{e'} \leftarrow Z$ 
14 repeat
15    $c \leftarrow Z_{e'}.Card()$ 
16    $Z_{e'} \leftarrow Z_{e'} \times Z$ 
17 until  $c = Z_{e'}.Card()$ 
18 for each  $r \in R$ 
19   for each  $r' \in D_r^{e'}$ 
20      $Z \leftarrow Z_{e'}.OnSet(r')$ 
21      $Z_{e'} \leftarrow Z_{e'} - Z$ 
22      $Z \leftarrow Z.Restrict(ZDD(r'))$ 
23      $Z_{e'} \leftarrow Z_{e'} + Z$ 
24   end for
25 end for
26 for each  $r' \in ex$ 
27    $Z_{e'} \leftarrow Z_{e'} - Z_{e'}.OnSet(r')$ 
28 end for
29 for each  $ze \in Z_{e'}$ 
30   if  $ze$  does not satisfy (C6)
31      $Z_{e'} \leftarrow Z_{e'} - ze$ 
32   end if
33 end for
34 return  $Z_{e'}$ 

```

### 3.2 避難所毎の被覆範囲の列挙

まず, 避難所  $e' \in E'$  を含む小地域がカバーする小領域の組み合わせを列挙して ZDD として保存する. そのアルゴリズムを Algorithm 1 に示す.  $Z, Z_{e'}$  は ZDD の変数,  $ZDD(m)$  は引数の集合(の要素)  $m$  を ZDD に変換して返す関数,  $Card()$  は当該 ZDD の組み合わせ数を返す関数,  $Restrict(z)$  は当該の ZDD の組み合わせ集合の中で, 引数  $z$  の中の少なくとも 1 つの組合せを包含している組合せだけの ZDD を返す関数,  $OnSet(m)$  は当該 ZDD において, 集合要素  $m$  を含む組合せからなる部分集合の ZDD を返す関数である.

### 3.3 全避難所の被覆の組み合わせの列挙

Algorithm 1 で避難所毎に領域の組み合わせを列挙した後, それらを組み合わせて全避難所での割

当を求める。このアルゴリズムは、既報 (Takizawa et al., 2013) の Algorithm2 と同じ枠組みなので省略する。

### 3.4 パレート解の抽出

アルゴリズムを実行すると多数の解が列挙される。しかし短い移動距離と少ない収容率を満たす被覆だけが必要であり、それらは両目的関数に関するパレート最適解になっている。パレート最適解は、凸包の頂点となっているサポート解とそれ以外に分けられるが、本研究では、サポート解を高速に列挙する方法を提案する。ある被覆  $x$  に対する平均移動距離と平均収容率に関する基準化された目的関数を、それぞれ  $o^1(x)$  と  $o^2(x)$  とする。紙面の都合で詳細は省略するが、これらの目的関数の値は、 $x$  の要素単位に分解して計算した値の集計値であり、それはアルゴリズムを実行する前に計算できる。次に以下の重み  $\lambda \in [0,1]$  に関する、パラメトリックな Boolean 線形計画問題を定義する。ここで  $Z_e, \text{Exist}(x) = 1$  は、Algorithm 1,2 を適用して得られた被覆集合の中で、組み合わせが  $x$  となるものが存在することを示している。

$$\min_{x \in X} \left\{ \lambda \frac{o_1(x)}{\max_o_1} + (1 - \lambda) \frac{o_2(x)}{\max_o_2} \right\} \quad (1)$$

$$\text{s.t. } Z_e, \text{Exist}(x) = 1$$

重みの決定に hand probing oracle を使い、サポート解の数だけ(1)を解くことで、それらを全て求めることができる (Gandibleux et al., 2004)。また、重みが決定した後の(1)の計算には、Knuth による ZDD による Boolean 線形計画問題を解く効率的なアルゴリズム (2011) を利用している。

### 4. 計算例

大阪市住吉区の平成 22 年度国勢調査の小地域統計と、全国デジタル道路地図のデータを用いた。小地域は 104 個、収容避難所は 38 箇所、避難所を含む小地域は 31 地域である。プログラムは C++ で作成し、ZDD のライブラリには Graphillion (井

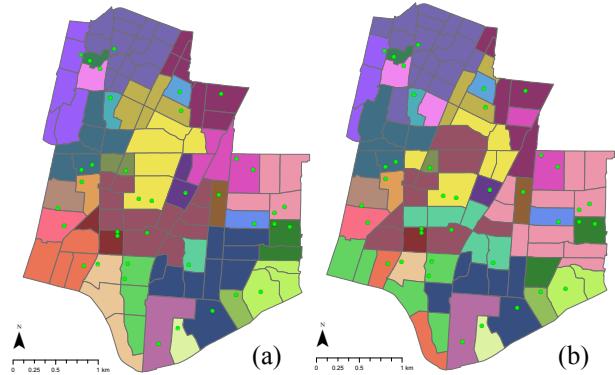


図-3 割当結果: (a)は本手法、(b)は整数計画法

上他, 2013) を用いた。  $\min_p = 0.49$ ,  $\max\_dist = 1200\text{m}$ ,  $\max\_cap = 8.1$  とし、標準的なスペックの PC を使い計算を行った結果、1 兆 2000 億を超える案を得た。計算時間はデータの前処理に約 9 秒、Algorithm1 と Algorithm2 でそれぞれ約 1 秒、使用メモリは約 200MB であった。サポート解は 23 個抽出された。図-3(a)はサポート解の中で、最も平均収容率が小さい割当である。比較のために、制約(C3)と(C4)を除き、整数計画問題として解いたものを(b)に示す。(a)はまとまった割当がなされている。

### 5. まとめ

ZDD を用いた小地域単位の避難所割当・抽出手法を提案し、短時間で現実的な避難所割当が得られる事を確認した。

#### 謝辞

本研究は東京大学 CSIS の共同研究制度と科研費基盤研究(A)の援助の下で行われました。

#### 参考文献

- Minato, S., 1993, Zero-Suppressed BDDs for set manipulation in combinatorial problems, Proc. of the Design Automation Conference, 272-277.
- A. Takizawa, A. et al., 2013, Enumeration of Region Partitioning for Evacuation Planning Based on ZDD, ISORA 2013, pp.64-71.
- 瀧澤重志ほか, 2013, 逆探索と ZDD を用いた避難所の地域割り当てパターンの列挙, 地理情報システム学会第 22 回研究発表大会, B-5-2.
- Gandibleux, X., et al., 2004, Evolutionary operators based on elite solutions for bi-objective combinatorial optimization, in Applications of Multi-Objective Evolutionary Algorithms, World Scientific Publishing Co., 555-579.
- Knuth, D. E., 2011, The Art of Computer Programming, Volume 4A: Combinatorial Algorithms, Part 1, Addison-Wesley Professional.
- 井上武ほか, 2013, graphillion, <https://github.com/takemaru/graphillion>