

# Modularity と空間相互作用モデルを組み合わせた Functional Region の設定手法

安康・福本潤也・岡本佳洋

## A New Delineation Method of Functional Regions Combining Modularity and Spatial Interaction Model

Kang AN Junya FUKUMOTO Yoshihiro OKAMOTO

**Abstract:** Functional Region とは交通や経済取引等の相互作用を通じて一体的・補完的に機能する複数の地理的単位から構成される地域である。本研究では、Functional Region の設定手法としてネットワーク科学分野でコミュニティ抽出法として提案された Modularity と代表的な空間相互作用モデルであるエントロピーモデルを組み合わせた手法を提案する。提案手法を市町村間通勤 OD データに適用して有効性を検証する。

**Keywords:** Functional Region, Community, Modularity, Entropy model, OD data

### 1. はじめに

Functional Region(以下、FR)とは、交通や経済取引等の相互作用を通じて一体的・補完的に機能する複数の地理的単位(*e.g.* 市区町村)から構成される地域である。ヨーロッパの OECD 諸国では、すでに FR を設定して経済と社会の結束を図り、バランスの取れた地域間競争力の増強に力を入れている。FR の重要な特徴の一つに高度に統合された労働力市場を表わす点が挙げられる。FR の設定は地域経済分析や地域雇用政策の立案と実施及び自治体の合併範囲の決定等に役立つ。

これまでに様々な FR の設定手法が提案されてきたが、現時点で決定的な設定手法は確立されていない。FR を設定している国々は人口、地域規模、経

済発展状況等を考慮して自国の現実的状況に基づいて独自の基準を設定している。

本研究ではネットワーク科学分野で発展してきたコミュニティ抽出法の一つであり、Girvan & Newman (2002) によって提案された Modularity に基づくコミュニティ抽出法に着目する。ネットワークのコミュニティ抽出とは、ネットワーク内部で相対的にリンクの密度が高いサブグラフをコミュニティとして抽出するものである。Modularity はネットワークが高密度なサブグラフに分割された程度を表わす指標である。ネットワークにおけるコミュニティ抽出と交通や経済取引等のフローで結びついた地理的単位の部分集合を抽出する FR 設定問題は問題の構造が類似している。

ただし、FR 設定に Modularity に基づく抽出法をそのまま使ってはならない。なぜなら、FR 設定では、地理的近接性が自治体間空間相互作用に与える影響を考慮する必要があるが、Modularity に基づくコミュニティ抽出法では地理的近接性の影響は考

---

安康 〒980-8577 仙台市青葉区片平 2-1-1

東北大学大学院情報科学研究科

Phone: 090-6525-9956

E-mail: ankang@plan.civil.tohoku.ac.jp

慮していない。そこで、本研究では Modularity に基づくコミュニティ抽出法に地理的近接性の影響を組み入れた新たな FR の設定手法を提案し、ケーススタディを通して有用性を検証する。

## 2. 関連研究

### 2.1 Modularity の定義と性質

Modularity とは、コミュニティ内の観測されたリンク数から、観測されたネットワークとノードの次数が同じ仮想的なランダムネットワークのコミュニティ内のリンクの期待値を引いたものである。

$$Q = \frac{1}{M} \sum_c \sum_{i,j \in c} (A_{ij} - P_{ij}) \quad (1)$$

$M$  はネットワークの総リンク数、 $c$  はコミュニティ(サブグラフのノードの集合)、 $i$  と  $j$  はノードのインデックス、 $A_{ij}$  は隣接行列、 $P_{ij}$  は観測ネットワークと比較するために用いる帰無モデルであり、式(2)で表わされる。

$$P_{ij} = \frac{k_i^{out} k_j^{in}}{M} \quad (2)$$

$k_i^{out}$  はノード  $i$  の出次数、 $k_j^{in}$  はノード  $j$  の入次数である。式(1)を FR の設定問題に援用する時、 $A_{ij}$  は自治体  $i$  から  $j$  への通勤数、 $k_i^{out}$  は自治体  $i$  を発地とする通勤数、 $k_j^{in}$  は自治体  $j$  を着地とする通勤数、 $M$  は総通勤数である。

Modularity が正の値を取る場合、ネットワーク内にリンクが密に結合したコミュニティの存在が示唆される。Modularity に基づくコミュニティ抽出法では式(1)が最大になるようにネットワーク内のノードを分割する。

### 2.2 コミュニティ抽出のアルゴリズム

Modularity に基づくコミュニティ抽出法には二つの代表的なアルゴリズムがある。一つ目は、コミュニティを逐次統合していく Greedy Algorithm(以下、GA) によって最大の Modularity を求める結合法であ

る。もう一つは、Modularity と行列の固有ベクトルを用いてコミュニティを抽出する Leading eigenvector 法を用いる分割法である。本研究では GA を用いる。アルゴリズムの詳細については後述する。

### 2.3 FR 設定問題への適用

以下、Modularity に基づくコミュニティ抽出法を FR 設定に単純に適用する場合に生じる問題点について具体例を通して指摘する。

#### 2.3.1 対象データ

平成 17 年国勢調査による通勤者データを OD 行列に用いる。データの集計単位は市区町村単位であり、就業者と通学者の合計を通勤者として扱う。なお、通勤者数が 10 人未満の場合は 0 とみなす。以下では、宮城県の OD 表、東北 6 県の OD 表、全国の OD 表という三つの範囲の異なる通勤データに GA を適用する。

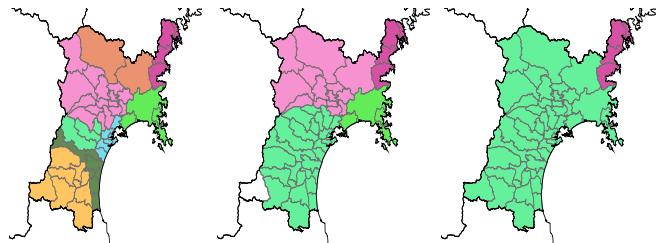


図-1 既存手法による宮城県 FR

#### 2.3.2 適用結果と問題点

図-1 は左から宮城県、東北 6 県、全国の通勤 OD に Modularity に基づくコミュニティ抽出法を適用し得られた宮城県の FR である。図-1 の宮城県通勤データから得た FR では、仙台市の 5 区が 3 つに分割されている。通勤データをみると青葉区の場合、域内通勤率は 74%，他区への通勤率は 3 ~ 7% 程度である。一方、他 4 区の場合、域内通勤率は 40 ~ 50% 程度であり、青葉区への通勤率は 30% 前後である。GA を適用すると泉区は最初に青葉区と結合するが、宮城野区と若林区は泉区とはそれ程度結びつ

きが強くないため、多賀城市や塩釜市と結合する。同様に、太白区も名取市や岩沼市と結合する。ただし、現実的に5区は一つのFRに設定されるのが妥当であると考えられる。

また、図-1より対象範囲が広がると設定されるFRが拡大することが分かる。この原因是、式(2)において自治体数が増えれば総通勤数Mが増加するが、出通勤数k<sup>out</sup>と入通勤数k<sup>in</sup>はほとんど変化しない点にある。その結果、P<sub>ij</sub>は自治体数が増加するにつれて減少していき、近接している地域が同じFRとして設定されやすくなる。

対象範囲の変化により設定されるFRが大きく変わることはFR設定問題では好ましくない。これに対処するには、通勤ODに対して適切な帰無モデルを採用する必要がある。既存のModularityは距離や所要時間等の地理的近接性を考慮していない。しかし、通勤ODは地理的要因から大きな影響を受けている。そこで、Modularityに基づくコミュニティ抽出法をFR設定問題に適用するには、地理的近接性を考慮した新たなModularityを定義する必要がある。

### 3. 提案手法

#### 3.1 エントロピーモデル

本研究では地理的近接性が通勤ODに与える影響を考慮して、式(1)の帰無モデルP<sub>ij</sub>にエントロピーモデルで推定した通勤数を用いる。エントロピーモデルによって推定された各自治体間の通勤数は式(3)で与えられる。

$$q_{ij} = a_i b_j O_i D_j \exp(-\gamma C_{ij})$$

$$a_i = \left[ \sum_j b_j D_j \exp(-\gamma C_{ij}) \right]^{-1} \quad (3)$$

$$b_j = \left[ \sum_i a_i O_i \exp(-\gamma C_{ij}) \right]^{-1}$$

O<sub>i</sub> = k<sub>i</sub><sup>out</sup>, D<sub>j</sub> = k<sub>j</sub><sup>in</sup>, C<sub>ij</sub>は自治体間の地理的近接性データ(e.g. 所要時間), γは地理的近接性に対する減衰パラメータである。式(1)のP<sub>ij</sub>をq<sub>ij</sub>に置き換えた式(4)が本研究で提案する地理的近接性を考慮したModularityである。

$$Q = \frac{1}{M} \sum_c \sum_{i,j \in c} (A_{ij} - q_{ij}) \quad (4)$$

#### 3.2 自治体間隣接関係の考慮

地理的に遠く離れているにも関わらず生じている通勤がある。データ作成方法に起因して観測された通勤がある。このような通勤が存在すると遠隔地の自治体同士が飛び地FRを形成する可能性がある。ただし、データ作成方法に固有の外れ値により飛び地FRが設定されることは好ましくない。そこで、自治体間の隣接関係を考慮する隣接関係X<sub>ij</sub>を

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{自治体 } i \text{ と } j \text{ が隣接している} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$$

と表わす。自治体間の隣接関係を考慮したModularityを式(5)で定義する。

$$Q = \frac{1}{M} \sum_c \sum_{i,j \in c} X_{ij} (A_{ij} - q_{ij}) \quad (5)$$

#### 3.3 GA: Greedy Algorithm

GAでは、仮コミュニティを結合したModularityの増加量が最大となる仮コミュニティ同士を逐次結合することでコミュニティを抽出する。任意のペア(i,j)の仮コミュニティを結合した場合、Modularity増加量を式(6)で求める。

$$B_{ij} = A_{ij} - q_{ij} \quad (6)$$

また、自治体間の隣接関係を考慮した場合のModularity増加量を式(7)で求める。

$$B_{ij}^X = X_{ij} (A_{ij} - q_{ij}) \quad (7)$$

以下、隣接関係を考慮したGAの手順を示す。

**step1:** 全自治体を独立した仮コミュニティとみな

し、コミュニティ  $V = \{V_1, \dots, V_N\}$  とする。 $N$  は仮コミュニティ数である。

**step2:** お互いに通勤がある仮コミュニティを結合した場合の Modularity 増加量を式(7)で算出する。

**step3:**  $(l, m) = \arg \max \{B^X + (B^X)^T\}$  となるコミュニティのペア  $(V_l, V_m)$  を見つける。

**step4:**  $B_{lm}^X + B_{ml}^X > 0$  ならば、 $(V_l, V_m)$  を統合し、以下のように変数を更新した後に **step2** に戻る。

- $V = \{V_1, \dots, V_N, V_{(lm)}\}, V_l = V_m = \emptyset$
- $B_{(lm)(lm)} = B_{ll} + B_{lm} + B_{ml} + B_{mm}$
- $B_{(lm)k} = B_{lk} + B_{mk}$
- $B_{k(lm)} = B_{kl} + B_{km}$
- $X_{(lm)(lm)} = 0$

#### 4. ケーススタディ

##### 4.1 地理的近接性データ

本研究では地理的近接性データとして、地方自治体間の所要時間を用いる。各自治体間の所要時間には自動車と鉄道をそれぞれ利用した所要時間のうち、時間が最小となる交通モードの所要時間を使用する。所要時間を計測するための起終点にはそれぞれ市町村の役所または役場の地点データを用いる。

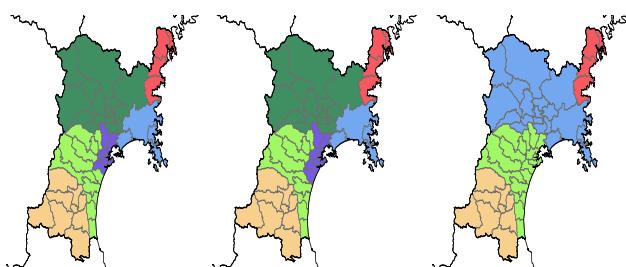


図-2 GA よる宮城県 FR

##### 4.2 適用結果

図-2 は減衰パラメータを  $\gamma = 0.04$  に固定して GA を適用して得られた結果である。左からそれぞれ宮城県、東北 6 県、全国の通勤 OD を用いた分析結果である。図-2 と図-1 を比べると対象範囲が広がることによる宮城県内の FR の変化が分かる。

地理的近接性を考慮することで対象範囲が変化しても、宮城県の FR 範囲の変化は少ないことが分かる。そして、最終的にどの範囲の通勤データを用いても仙台市を中心とする FR、石巻市を中心とする FR、古川市を中心とする FR、気仙沼市を中心とする FR、白石市を中心とする FR を見出すことができる。

#### 5. おわりに

本研究では FR 設定方法として Modularity とエントロピーモデルを結合した新しい手法を提案した。さらに、ケーススタディを通して有効性を示した。今回の分析結果は一事例にすぎない。減衰パラメータを変化させることで FR の範囲がどのように変化するかを検討し、FR の階層性等についても検討していく必要がある。

#### 参考文献

Newman, M. E. J., 2006. Modularity and community structure in networks. *PNAS*, Vol. 23, No. 23, 8577-8582

Leicht, E. A., Newman, M. E. J., 2008. Community structure in directed networks. *Physical Review Letters*, Vol. 100, 118703, 1-4

Newman, M. E. J., 2008. Fast algorithm for detecting community structure in networks. *Physical Review E*, Vol. 69, 066133

OECD, 2002, Redefining Territories: Functional Regions, 042002021P1

Noronha, V. T., Goodchild, M. F., 1992. Modeling Interregional Interaction: Implications for Defining Functional Regions. *Annals of the Association of American Geographers*, Vol. 82, No. 1 86-102