非連続面積カルトグラム作成問題の新解法

井上 亮

A New Solution for Non-Contiguous Area Cartogram Construction

Ryo INOUE

Abstract: A non-contiguous area cartogram is one of the visualization tools of spatial data. Regions are represented by simple shapes, such as circles or rectangles, and their sizes are proportional to statistical data values. In this study, we propose new construction methods for non-contiguous cartograms by formulating their construction problem as constrained non-linear optimization problems. We test the proposed solutions using the world population data, and confirmed their applicability.

Keywords: カルトグラム（cartogram）, 視覚化（visualization）, 制約付き非線形最適化（constrained non-linear optimization problem）

1. はじめに

面積カルトグラムとは，地域の属性データの大きさを図上の面積で表現する変形地図で，計量地理学を中心に議論されてきた空間情報視覚化の一手法である(例えば，Monmonier 1977; Dorling 1996; Tobler 2004). 読図者は地図形状変形を認識することを通して，カルトグラム上で表現されている地域の属性情報の空間分布特徴を直感的に把握できる．

これまで多くの面積カルトグラムが提案されてきたが，その分類軸の一つは「地域形状の複雑さ」である．地理的な複雑な地域形状を変形したものから，円や長方形など単純な図形で地域を表すものまで様々提案されている．地理的地域形状を変形した面積カルトグラムは，たとえ形状が大きく歪んでいても対応する地域が分かりやすい反面，表現されている属性情報の大きさを読み取りにくい．一方，単純図形で地域を表す面積カルトグラムでは，属性情報の大きさは把握しやすいという長所を有するが，地域形状の情報が失われるだけでなく，隣接関係を必ずしも正しく表現できないため，図形と地域の対応が分かりにくいという欠点を備えている．

前述のように，面積カルトグラムによる視覚化では，読図者は地理的地図上と面積カルトグラム上の地域形状や地域配置を対比し，違いを認識することにより，面積カルトグラム上で表現されている情報の特徴を把握する．そのため，地域形状に関する情報が失われる，単純な図形を用いた面積カルトグラム作成を行う際には，地理的な位置関係をカルトグラム上で表現することが極めて重要となる．

単純図形による面積カルトグラムの一類型として，隣接関係を捨象して表現する非連続面積カルトグラムが提案されており，Upton(1991)では長方形，Dorling(1996)では円を用いた表現が提案されている．しかし，その作成アルゴリズムは両者とも部分

井上 亮 〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06
東北大学 大学院工学研究科 土木工学専攻
Phone: 022-795-7476
E-mail: rinoue@plan.civil.tohoku.ac.jp

最適化の繰り返しで解を探索する数学的に不明快な手法となっている．また，非連続面積カルトグラム作成において重要な，地理的位置関係と類似の位置関係をカルトグラム上で達成するという条件を明示的に記述していないため，作成結果が必ずしもその条件を満たすかが確かではない.

そこで本研究では，円および長方形を用いて地域を表現する非連続面積カルトグラム作成問題に対して，地理的地域配置に近い図形配置を出力する，新しい解法を提案する.

2. 円・長方形面積カルトグラム作成への接近法

まず，非連続面積カルトグラム作成の要件について整理する.

前述の通り，非連続面積カルトグラムでは必ずしも正しい地域の隣接関係を表現することはできないが，『(要件 a) 隣接地域を表す図形は，接するよう配置されるのが望ましい』のは言うまでもない．また，『(要件 b) 図形のカルトグラム上の位置関係は，地域の地理的位置関係に類似することが望ましい．』更に，データの視認性を高めるために，『(要件 c) 図形の重なりを排除することが望ましい．』本研究では，上記の要件を踏まえた上で，新しい解法を提案する．なお，Dorling(1996)は，(要件 a・c)を考慮に入れた作成アルゴリズムを提案しているが，(要件 b)については図形の初期配置として与えているだけで，アルゴリズム実行中には明示的に考慮をしていない.

まず，円面積カルトグラム作成について考える．今，地域 i にカルトグラム上で表現する属性データ D_i が与えられているとすると，カルトグラム上での円の半径は $r_i=\sqrt{D_i/\pi}$ と決まる．すなわち，円面積カルトグラム作成問題とは，各円の半径が与えられた時に，隣接地域を表す円は接し(要件 a)，地理的位置に近く配置し(要件 b)，しかし円は重ならない(要件 c)ように，円の位置を定める問題であると言える.

この問題は，距離カルトグラム作成問題(Shimizu and Inoue, 2009)と類似の問題である．距離カルトグラムとは，地点間に与えられた距離指標データをカルトグラム上の地点間距離で表す図で，その作成は点の地理的配置を維持しつつ，与えられた点間距離を表現するように点を配置する問題である．一方，円面積カルトグラム作成では，隣接地域を表す円の中心間の距離は半径の和になることが望ましい(要件 a)．この両者の差異は，距離カルトグラム作成では，点間距離が与えられた距離指標データよりも短くなることに制約がないのに対し，円面積カルトグラム作成では，円の重なりを避ける必要がある点である．以上を踏まえて，距離カルトグラム作成問題に制約条件を付加し定式化を行う.

次に，長方形面積カルトグラム作成について考える．地域形状を表現するため，長方形の縦横比を事前に定めると，属性データから長方形の辺長が定まる．また，隣接関係を鉛直辺あるいは水平辺を共有する関係として与えると，隣接地域を表す長方形間では，鉛直辺を共有する場合は x 軸方向の中心間距離が x 軸方向の辺長の和の 1/2 になればよく，水平辺を共有する場合は y 軸方向を考えればよい．このように，長方形面積カルトグラムに関しても，円の場合と同様の問題として記述することができる.

3. 非連続面積カルトグラム作成問題の定式化

上記の整理を踏まえ，2 種類の非連続面積カルトグラム作成問題の定式化を行う.

3. 1 円面積カルトグラム

地域 i を表す円 i に関して，中心のカルトグラム座標を(x_i, y_i)，半径を r_i とする．また地域 i の重心の地理座標を(x^G_i, y^G_i)と表す. 円 i, j の中心間距離を d_{ij}, 隣接する地域対の集合を C, 円 ij の中心を結ぶ直線のカルトグラム上の方位角を θ_{ij}, 地域 ij の重心を結

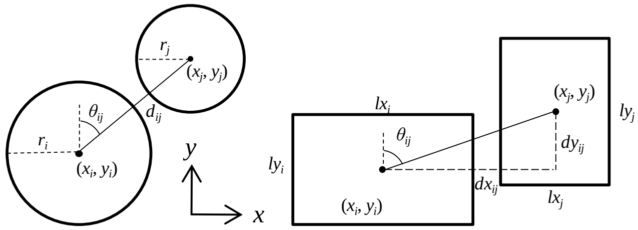

図-1　隣接地域を表す円・長方形

ぶ地理的地図上の方位角を θ^G_{ij} とする．

隣接地域を表す円が接する，すなわち中心間距離が円の半径の和となるように配置する，と同時に，地理的位置関係を保つという問題は，Shimizu and Inoue (2009)と同じ定式化を行う．更に，円の重なりを防ぐため，全ての円の組合せに対して，中心間距離が半径の和以上であるという不等式制約を付加すると，式(1)として定式化できる．

$$\begin{aligned}&\underset{x,y}{Min}\left[\alpha\sum_{(i,j)\in C}\left(\frac{d_{ij}}{r_i+r_j}-1\right)^2+(1-\alpha)\sum_{(i,j)\in C}\left(\theta_{ij}-\theta^G_{ij}\right)^2\right]\\&subject\ to\ \ d_{mn}\geq r_m+r_n\ \ \forall(m,n)\ \ m\neq n\\&where\ d_{ij}=\sqrt{\left(x_i-x_j\right)^2+\left(y_i-y_j\right)^2},\\&\qquad\theta_{ij}=\tan^{-1}\frac{x_j-x_i}{y_j-y_i},\ \theta^G_{ij}=\tan^{-1}\frac{x^G_j-x^G_i}{y^G_j-y^G_i},\ 0\leq\alpha\leq 1\end{aligned}\tag{1}$$

式(1)は多目的関数の最小二乗問題として表される．目的関数の第一項は要件 a，第二項は要件 b を表し，α は二つの目的関数の重みを調整するパラメータである．また，制約条件として全ての円の組合せに対して，中心間距離が半径の和であるとの条件を設定している(要件 c)．d_{ij}, θ_{ij} は円中心のカルトグラム座標を用いて表現できるため, 式(1)は円中心のカルトグラム座標を未知変数とする非線形最小二乗問題である．なお，式(1)で求まる座標は平行移動自由になるため, 少なくとも一点は任意の座標に固定する必要がある．

3. 2 長方形面積カルトグラム

同様に長方形面積カルトグラム作成について定式化する．地域 i を表す長方形 i について，x 軸方向辺長を lx_i，y 軸方向辺長を ly_i とする．長方形 i, j 間の x・y 軸方向中心間距離をそれぞれ dx_{ij}，dy_{ij} と表し，鉛直辺を共有する隣接長方形の組合せの集合を C_x, 水平辺を共有する隣接長方形の組合せの集合を C_y とする．

このとき，円面積カルトグラムと同様に，長方形面積カルトグラム作成問題は式(2)と定式化できる．

$$\begin{aligned}&\underset{x,y}{Min}\left[\alpha\sum_{(i,j)\in C_x}\left(dx_{ij}\Big/\frac{lx_i+lx_j}{2}-1\right)^2+\alpha\sum_{(m,n)\in C_y}\left(dy_{mn}\Big/\frac{ly_m+ly_n}{2}-1\right)^2\right.\\&\left.+(1-\alpha)\sum_{(p,q)\in C_x\cup C_y}\left(\theta_{pq}-\theta^G_{pq}\right)^2\right]\\&subject\ to\ \ dx_{st}\geq\frac{lx_s+lx_t}{2},\ dy_{st}\geq\frac{ly_s+ly_t}{2}\quad\forall(s,t)\ \ s\neq t\\&where\ \ dx_{ij}=\left|x_i-x_j\right|,dy_{ij}=\left|y_i-y_j\right|,\\&\qquad\theta_{ij}=\tan^{-1}\frac{x_j-x_i}{y_j-y_i},\ \theta^G_{ij}=\tan^{-1}\frac{x^G_j-x^G_i}{y^G_j-y^G_i},\ 0\leq\alpha\leq 1\end{aligned}\tag{2}$$

式(2)の目的関数第一項は, 鉛直辺を共有する長方形の組合せに対して，x 軸方向中心間距離を x 軸方向の辺長の和の 1/2 に近づける項，第二項は同様に y 軸方向中心間距離を定める項であり，合わせて要件 a に対応する．第三項は中心間を結ぶ直線の方位角に条件を与えて地理的配置に近いカルトグラム作成を行う項で要件 b に対応する．また，制約条件として，全ての長方形の組合せに対して，重なりを防ぐ不等号制約を設定している(要件 c).

円面積カルトグラム作成の場合と同じく, dx_{ij}, dy_{ij}, θ_{ij} は長方形中心のカルトグラム上座標で表現できるため, 式(2)は長方形中心のカルトグラム座標を未知変数とする非線形最小二乗問題である．円の場合と同様に，座標は平行移動自由になるため，少なくとも一点は任意の座標に固定する必要がある．

4. 適用

前章の定式化を利用し, 非連続面積カルトグラム作成を行う．ここでは, 国際連合人口部による 2010 年推計人口データを表現した非連続面積カルトグ

ラムの作成例を示す．制約付き非線形最小二乗問題は，株式会社数理システムの数理最適化パッケージ「NUOPT」を使用して解いた．なお,「隣接関係表現」と「地理的配置保持」の重みを表すパラメータ α は 0.7 として計算した．また，直接他の国と隣接していない国には，海峡部にダミーデータを設定している．また，南北アメリカ大陸とそれ以外の国の間にもダミーデータを設定して両地域を結合し，全世界の図形配置を一度に計算している．

図-2 に円面積カルトグラム, 図-3 に長方形面積カルトグラムの作成結果を示す．円面積カルトグラムでは 6 割弱，長方形面積カルトグラムでは 4 割弱の隣接関係が表現されている．地理座標とカルトグラム座標の相関係数は 1 に近く，配置の類似度は高い．また，両者とも，図形の重なりは見られない．

以上のように，提案した定式化を通して，非連続面積カルトグラム作成の要件を満たした作成が実行可能であることが確認された．

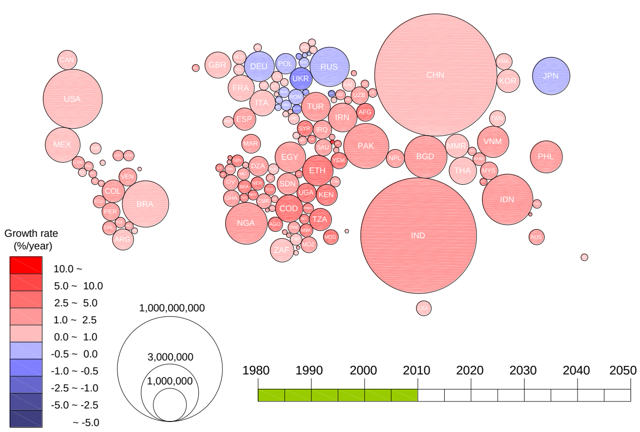

図-2　円面積カルトグラム　2010 年世界人口

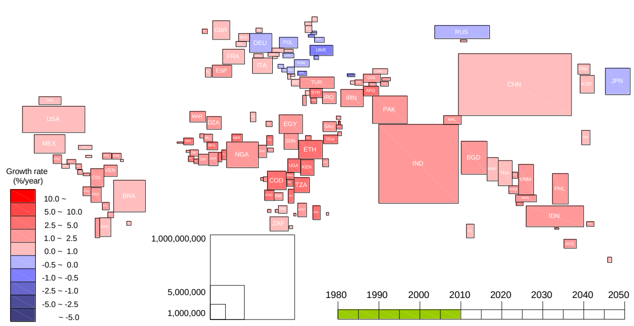

図-3　長方形面積カルトグラム　2010 年世界人口

5.　おわりに

本研究では，円・長方形面積カルトグラムの新たな作成法を提案した．まず，表現されているデータを理解しやすい面積カルトグラムは，地理的地図との比較対象が容易な図であることから，その作成問題は隣接関係・地理的位置関係を表現しつつ，重なりを避けた形状配置を得る問題であると整理した．その整理を元に，作成問題を不等式制約付きの最小二乗問題として定式化し，円・面積カルトグラム作成が可能であることを示した．

隣接関係を表す入力データ作成の簡便化やソフトウェア作成など，カルトグラムを利用したデータ視覚化の利用環境整備が今後の課題である．

謝辞

東京大学　大学院工学系研究科　社会基盤学専攻の Ms. Nguyen Phuong Hieu には，作図に関してご協力頂いた．ここに記し謝意を表す．

参考文献

Dorling, D., 1996. *Area cartograms: Their use and creation*. Concepts and Techniques in Modern Geography (CATMOG), 59.

Monmonier, M.S., 1977. *Maps, Distortion, and Meaning*. Washington: Association of American Geographers.

Shimizu, E. and Inoue, R., 2009. A new algorithm for distance cartogram construction. *International Journal of Geographical Information Science*, **23**(11), 1453–1470.

Tobler, W.R., 2004. Thirty five years of computer cartograms. *Annals of the Association of American Geographers*, **94**(4), 58–73.

Upton, G.J.G., 1991. Rectangular cartograms, spatial autocorrelation, and interpolation. *The Journal of Regional Science Association International*, **70**(3), 287–302.