空間分割間の相互関係を分析する手法

貞広幸雄・笹谷俊徳

Analysis of the relationship among spatial tessellations

Yukio Sadahiro and Toshinori Sasaya

Abstract: Spatial tessellations defined in the same region such as census tracts, postal zones, market areas, and administrative units are often closely related with each other. School districts are sometimes based on administrative units, while market areas of different categories of shops affect with each other. This paper proposes a method for analyzing the relationship among spatial tessellations. Similarity between tessellations is evaluated by granularity and hierarchy. Relationship among tessellations is represented and visualized by network structures. The method is applied to the analysis of spatial tessellations to reveal the properties of the method and its measures as well as empirical findings.

Keywords: 空間分割（spatial tessellation），粗度（granularity），階層性（hierarchy）

1. はじめに

空間分割は，空間情報科学における最も基本的空間構造の一つである．行政区, 郵便番号区, 選挙区, 学区，商圏，駅勢圏，植生区域など，一つの地域には多様な空間分割が互いに影響し合いながら存在している．

これら空間分割間の相互関係を分析する場合，同種の変数によって規定される空間分割であれば，カイ二乗検定や Kappa 指数などの統計的手法を用いることができる（Congalton and Mead, 1984; Fritz and See, 2005; Pontius Jr. 2000, 2002）．一方，性質の異なる空間分割を比較するには，空間分割ごとに基本統計量を計算し，その数値を比べることが多い．しかしこの場合，指標の計算が比較の前に行われるため，空間分割間での領域配置の差異を区別できないという難点がある．例えば，鏡像あるいは回転関係にある二つの空間分割は同一の指標値によって表現されるため，同一の分割と見なされることになる．

そこで本論文では，空間分割間の関係を直接比較しつつ，体系的に記述，可視化する手法の提案とその適用を行う．特にここでは，空間分割構造を特徴づける性質の一つである，分割間の階層性に着目し，階層的な類似性という視点を取り入れた手法を提案する．以下，2 節では手法の提案，3 節でその適用，4 節で考察及び今後の課題を述べる．

2. 分析手法

2.1　2 つの空間分割対の関係性の記述

まず，地域 S に存在する n 個の空間分割の集合 $\Omega=\{\Omega_1, \Omega_2, ..., \Omega_n\}$のうち，2 つの分割$(\Omega_i, \Omega_j)$の関係を記述する方法を提案する．

貞広幸雄 〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1
東京大学大学院工学系研究科都市工学専攻
Phone：03-5841-6273
E-mail：sada@okabe.t.u-tokyo.ac.jp

いま，分割Ω_iに含まれる全ての領域が分割Ω_jのいずれかの領域に完全に包含されるとき，Ω_jをΩ_iの上位分割，反対の場合を下位分割と呼ぶ．図1のΩ_1はΩ_2とΩ_4の上位分割であり，市区町村は都道府県の下位分割である．またこれら両者を合わせて，Ω_iとΩ_jは包含的階層関係にあると言う．都道府県，市区町村，町丁目という階層的行政単位がその典型例であり，図1のΩ_1とΩ_2, Ω_2とΩ_4などが相当する．

分割Ω_iに含まれる領域のいくつかが分割Ω_jのある領域に完全に包含され，他の全ての領域は分割Ω_jの領域を完全に包含するとき，Ω_iとΩ_jは相補的階層関係にあると言う．これは即ち，分割Ω_iとΩ_jの間で包含・被包含関係が混在している場合であり，図-1のΩ_2とΩ_3がこの例に相当する．この関係は，2つの分割間で領域の部分的な重複が存在しない場合とも言える．

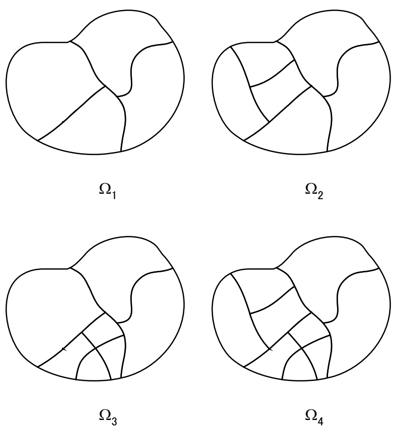

図1　空間分割構造間の階層性

分割Ω_iとΩ_jの上位融合 $C_U(\Omega_i, \Omega_j)$とは，Ω_iとΩ_jの領域境界のうち，共通するものだけを残して重ね合わせたものである（図2）．また分割Ω_iとΩ_jの下位融合 $C_D(\Omega_i, \Omega_j)$とは，Ω_iとΩ_jの双方の領域境界を全て残した状態で重ね合わせたものである．図2より明らかなように，上位融合は各領域を拡大，下位融合は領域を細分化した空間分割である．なお，分割Ω_iとΩ_jが包含的階層関係にあるときには，$C_U(\Omega_i, \Omega_j)$はΩ_iとΩ_jのうちの上位分割と，$C_D(\Omega_i, \Omega_j)$はΩ,とΩ_jのうちの下位分割とそれぞれ一致する．

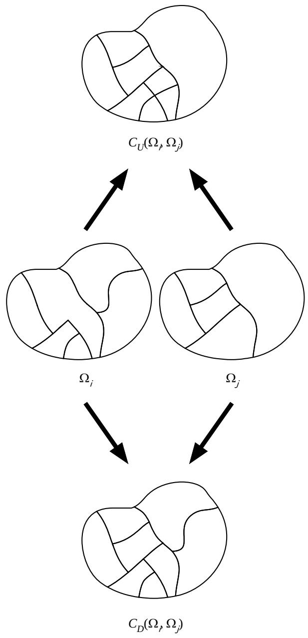

図2　分割Ω_iとΩ_jの上位融合と下位融合

次に，2つの分割間の類似性を，S内における全ての点対の状態に基づいて定量的に記述する．

分割Ω_iの粗度$G(\Omega_i)$を，分割Ω_iにおいて同一領域に含まれる点対の割合，即ち

$$G(\Omega_i) = \frac{\int_{\mathbf{x}_2 \in S}\int_{\mathbf{x}_1 \in S} \sigma(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2; \Omega_i)\, d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2}{\{A(S)\}^2} = \frac{\sum_j \{A(T_{ij})\}^2}{\{A(S)\}^2}$$

と定義し，分割Ω_iとΩ_jの粗度距離を以下の式で与える．

$$D_G(\Omega_i, \Omega_j) = \left| G(\Omega_i) - G(\Omega_j) \right|$$

分割Ω_i及びΩ_jにおける，各点対の関係は以下の4通りに分類できる．

R1　分割Ω_iとΩ_jでいずれも同一領域に含まれる
R2　分割Ω_iでは同一，Ω_jでは異なる領域に含まれる
R3　分割Ω_iでは異なる，Ω_jでは同一の領域に含まれ

る
R4 いずれの分割でも異なる領域に含まれる

これら各分類に含まれる点対の割合をそれぞれ $m_{11}(\Omega_i, \Omega_j)$，$m_{10}(\Omega_i, \Omega_j)$，$m_{01}(\Omega_i, \Omega_j)$，$m_{00}(\Omega_i, \Omega_j)$と書く．分割$\Omega_i$ とΩ_j が包含的階層関係にあるとき，$m_{10}(\Omega_i, \Omega_j)$と $m_{01}(\Omega_i, \Omega_j)$ のいずれかが 0 となり，階層関係からの乖離に従ってその値が大きくなる．そこでここでは，分割Ω_i とΩ_j の類似性を包含的階層関係という観点から評価し，<u>包含的構造距離</u>を以下の式で定義する．

$$\begin{aligned} D_{GS}\left(\Omega_i,\Omega_j\right) &= \min\left(m_{10}\left(\Omega_i,\Omega_j\right), m_{01}\left(\Omega_i,\Omega_j\right)\right) \\ &= \min\left(G\left(\Omega_i\right), G\left(\Omega_j\right)\right) - G\left(C_D\left(\Omega_i,\Omega_j\right)\right) \end{aligned}$$

一方相補的階層関係は，分割Ω_i とΩ_j の間に部分的な領域重複が全く存在しない状態である．このとき，分割Ω_i とΩ_j の上位融合 $C_U(\Omega_i, \Omega_j)$において同一領域内に含まれる点対の関係は，R1〜R3 のいずれかに限られ，R4 に属する点対は存在しない．そこでここでは，$C_U(\Omega_i, \Omega_j)$において同一領域内に含まれる点対のうち，R4 に分類される点対の割合を用いて，分割Ω_i とΩ_j の<u>相補的構造距離</u>を定義する．

$$\begin{aligned} D_{LS}\left(\Omega_i,\Omega_j\right) &= G\left(C_U\left(\Omega_i,\Omega_j\right)\right) - m_{11}\left(\Omega_i,\Omega_j\right) - m_{10}\left(\Omega_i,\Omega_j\right) - m_{01}\left(\Omega_i,\Omega_j\right) \\ &= G\left(C_U\left(\Omega_i,\Omega_j\right)\right) - \max\left(G\left(\Omega_i\right), G\left(\Omega_j\right)\right) \\ &\quad - \left\{\min\left(G\left(\Omega_i\right), G\left(\Omega_j\right)\right) - G\left(C_D\left(\Omega_i,\Omega_j\right)\right)\right\} \end{aligned}$$

2.2　空間分割間の相互関係の記述

集合Ωに含まれる全ての空間分割について，分割対の下位融合を繰り返し生成すると，集合Ωのどの空間分割よりも領域の細分化された空間分割を得る．この最下位分割を構成する各領域の組み合わせから成る全ての S の空間分割を考えると，その集合と操作としての上位融合・下位融合は束を成す．従って，Hasse 図式による分割間の相互関係の可視化が可能であり，特にここでは縦軸に粗度 $G(\Omega_i)$をとった<u>分割 Hasse 図式</u>を用いた可視化を行う（図 3）．

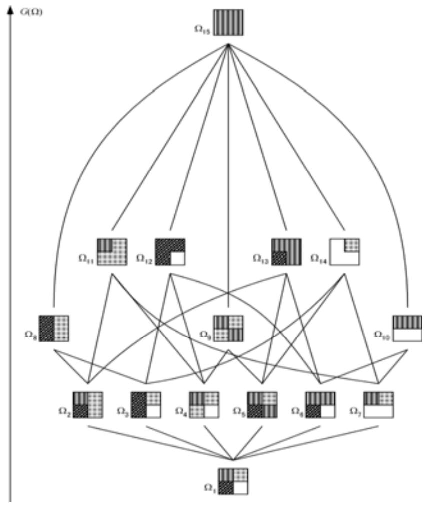

図 3　分割 Hasse 図式

分割 Hasse 図式において，元の空間分割群の上位及び下位に位置するネットワークをそれぞれ<u>上位分割ネットワーク</u>，<u>下位分割ネットワーク</u>と呼ぶ．分割 Hasse 図式では，リンクは包含的階層関係を，また，一つの分割に接続する同一方向のリンクは上位あるいは下位融合を導く操作を示す．また，粗度距離は分割Ω_i とΩ_j の縦軸方向の距離，包含的構造距離はΩ_i とΩ_j のうち下位に位置する分割と $C_D(\Omega_i, \Omega_j)$の距離でそれぞれ与えられる（図 4）．

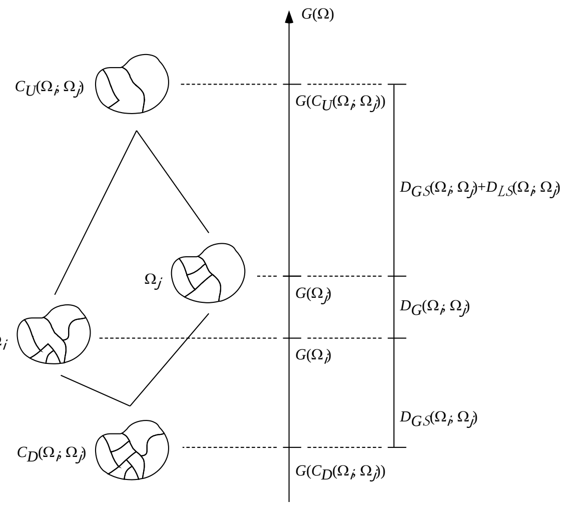

図 4　分割 Hasse 図式における類似度指標

分割 Hasse 図式は，分割間の相互関係を体系的に記述するのには適しているが，元の空間分割が多数の場合，大規模かつ複雑な図式の可視化が事実上不可能となる．そこで次に，分割 Hasse 図式から主要な構造のみを抽出，可視化する手法を提案する．ここでは，所与の空間分割群から 2 つの空間分割を選択し，その上位（下位）融合を導出して 1 つの空間分割に統合するという操作を繰り返す．空間分割対の選択は表 1 の指標に基づいて行い，その最小値（あるいは最大値）を与えるものから順に統合を行う．最終的に得られる結果は上位及び下位の 2 方向のツリーであり，それぞれ上位ツリー，下位ツリー，合わせて空間分割ツリーと呼ぶ．

表 1　空間分割対の選択に用いる指標

手法	上位ツリー	下位ツリー
1	$D_{GS}(\Omega_i, \Omega_j)+D_{LS}(\Omega_i, \Omega_j)$	$D_{GS}(\Omega_i, \Omega_j)$
2	$D_{GS}(\Omega_i, \Omega_j)+D_{LS}(\Omega_i, \Omega_j)+D_G(\Omega_i, \Omega_j)$	$D_{GS}(\Omega_i, \Omega_j)+D_G(\Omega_i, \Omega_j)$
3	$G(C_U(\Omega_i, \Omega_j))$	$G(C_D(\Omega_i, \Omega))$
4	$G(C_U(\Omega_i, \Omega_j))+D_{GS}(\Omega_i, \Omega_j)+D_{LS}(\Omega_i, \Omega_j)$	$G(C_D(\Omega_i, \Omega_j))-D_{GS}(\Omega_i, \Omega_j)$

手法 1 は，分割Ω_i，Ω_jとその融合を結ぶリンクのうち短いものの長さを分割対選択の基準とする．これは 2 つの分割間の階層性を重視した手法であり，包含的階層関係に近い分割対から順にツリーを構築する．一方手法 2 は，階層性と粗度の類似性を同時に考慮し，分割Ω_i，Ω_jとその融合を結ぶリンクのうち，長い方のリンクの長さを基準として用いる．

これらの方法は，空間分割対の類似性のみに着目しており，元の空間分割Ωとの比較を行なわない．そのため例えば，元の空間分割と大きくかけ離れた，粗度の非常に大きな（あるいは小さな）分割同士が早期に統合されてしまい，その後で粗度の大きく異なる分割同士が統合されるということが起こる．これは長いリンクの生成を助長し，分析に適さない複雑なツリーの構築を促す可能性がある．

この問題を避けるため，手法 3 及び 4 では，元の空間分割に対する近接性を加味した空間分割の選択を行う．手法 3 は元の空間分割により近い分割を優先して選択し，表 1 の指標値が上位ツリーの場合には小さな，下位ツリーの場合には大きなものから順に統合を行う．これは同時に，粗度の類似性を重視することにもつながり，リンク長を短く保つことが期待できる．一方手法 4 では，手法 3 からやや階層性に比重を移したツリー構築を行う．指標値の定義からも明らかな通り，粗度から構造距離を差し引くことで，粗度の影響をやや緩和している．

3. 適用例

本節では，前節で提案した手法の有効性を検証するために，現在政府において検討されている 33 の道州制案の分析と分類に適用する．

表 2 を見ると，上位ツリーの方が下位ツリーよりも明らかに長いリンクから成っていることが分かる．これは，分割対の上位融合の方が下位融合よりも元の分割と大きく異なる場合が多いことによる．例えば，領域境界のわずかに異なる 2 つの領域から構成される空間分割同士の融合を考えてみよう．この場合，上位融合は全体を一領域とする空間分割となるのに対し，下位融合は境界線に沿った細長い領域が追加されたものになり，粗度で見たときの融合前後の差異は後者の方が前者よりも遙かに小さい．また表 2 からは，手法 3 及び 4 の方が，他の手法よりもリンクを短くすることが分かるが，これは前 2 者が元々そのような意図を持っていることを反映している．さらに，図 5 からも確認できるとおり，階層性を重視する手法 1 は，他の 3 つと比べて明ら

かに長いリンクを生み出す傾向がある．

表 2　空間分割ツリーのリンク長

ツリー	手法	合計	平均
上位	1	6.4962	0.2030
	2	6.0598	0.1836
	3	5.9765	0.1828
	4	6.0210	0.1830
下位	1	2.0914	0.0654
	2	1.3889	0.0421
	3	1.1227	0.0351
	4	1.1942	0.0351

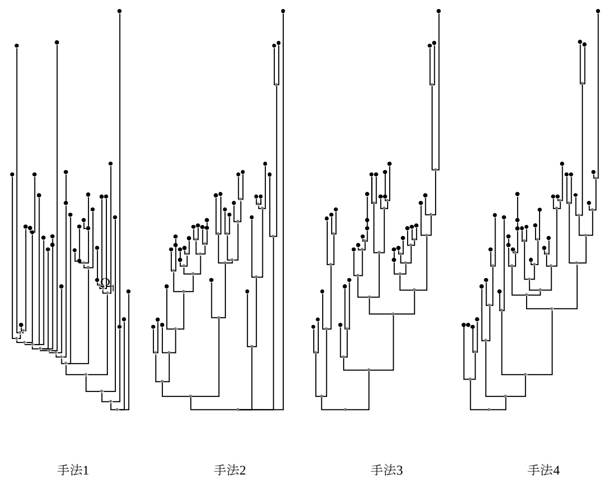

図 5　4 つの下位ツリー

次に，4 つの手法のうちで最も多様な視点を取り入れている，手法 4 のツリーをさらに詳細に見てみよう（図 6）．ここでは，図中の薄灰色で示されるような「自然な」クラスターを直感的に見いだすことができる．各クラスターには，粗度の異なる空間分割がリンクで結合された状態で含まれており，手法 4 が粗度と階層性の 2 つの類似性を同時に考慮していることが確認できる．

このうち右端のクラスターは，図 7 に示された 8 つの道州制案から構成される．これらは大きな地域から構成される{1, 2, 3}と，より小さな地域から成る{4, 5, 6, 7, 8}の 2 つに大別できる．しかし一方，クラスター内のリンクの接続を見ると，{1, 4, 8}，{2, 3, 7}及び{5, 6}の 3 つに分類することも可能である．後者の分類では，それぞれに粗度の異なる複数の分割が含まれており，階層性の類似度からリンクで結ばれていることがわかる．例えば分割{1, 4, 8}を図 7 で見ると，いずれも日本の中部域において比較的細かい領域分割を持っており，他の地域での分割の細かさが異なるものの，広域的な構造は共通していることがわかる．分割 7 は，2 と 3 のいずれを細分化しても得られる分割であり，これらもまた大域的な構造を共有する分割群である．

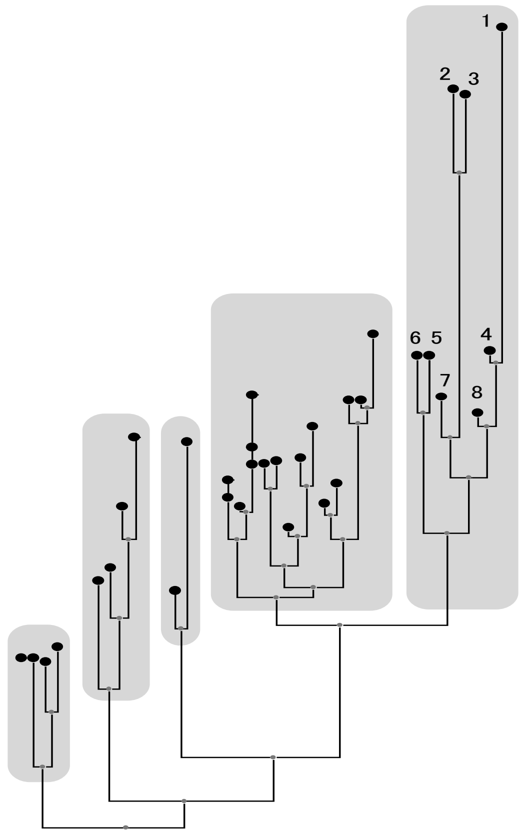

図 6　手法 4 による空間分割ツリー

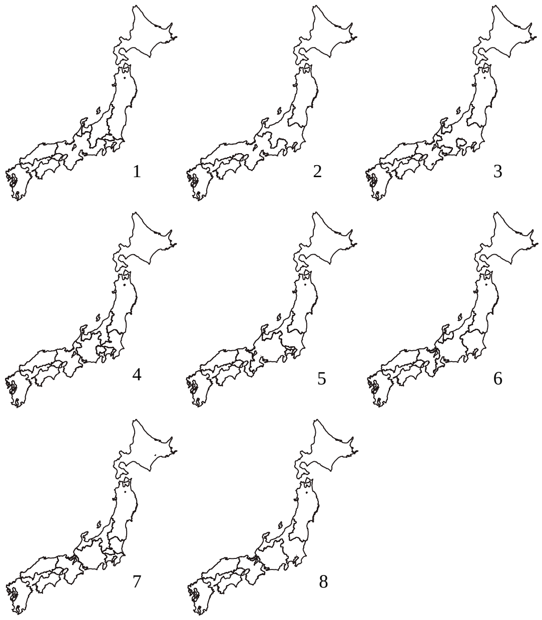

図 7　道州制案の例

4. おわりに

本論文では，同一地域に存在する複数の空間分割について，それらの相互関係を分析する手法を提案した．実証分析を通じ，可視化手法の選択や結果の解釈にやや注意を要するが，空間分割間の相互関係を理解する上で有効であることが確認された．

最後に，今後の研究課題について述べる．まず第一に，より広範な視点からの類似性評価が挙げられる．本論文では，粗度と階層性の 2 点において類似性を評価したが，他にも各領域の面積の分散，周長，形状に関する諸指標など，より多様な類似性の視点を加えることが望まれる．第二に，空間分割同士の比較における，点対評価の重みづけが挙げられる．点対が同一領域に属しているかどうかの判断において，点対間の距離によらず同等の評価を行うのではなく，空間的近接性による重み付けを行うことが有効である場面は多数，想定される．第三に，より多様な対象への適用が望まれることは言うまでもない．性質の異なる適用事例を積み重ねることで，手法の有効性をさらに詳細に検討する必要がある．

参考文献

笹谷俊徳・貞広幸雄（2008），「複数の空間分割間の関係性を分析する手法の提案：道州制の区域案を事例に」，Discussion Paper**, No.** 95**,** Department of Urban Engineering, University of Tokyo.

Congalton, R. G. and Mead, R. A. (1983). A Quantitative Method to Test for Consistency and Correctness in Photointerpretation, *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing* 49, 69-74.

Fritz, S. and See, L. (2005). Comparison of Land Cover Maps Using Fuzzy Agreement, *International Journal of Geographical Information Science*, 19(7), 787-807.

Pontius Jr., R. G. (2000). Quantification Error versus Location Error in Comparison of Categorical Maps, *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 66, 1011-1016.

Pontius Jr, R. G. (2002). Statistical methods to partition effects of quantity and location during comparison of categorical maps at multiple resolutions, *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 68(10), 1041-1049.