

# 放射モデルの予測精度の検討：アメリカ合衆国における追試研究

小坪将輝・磯田弦・中谷友樹

## A Note on Accuracy of the Radiation Model:

## A Replication Study in the United States

Masaki KOTSUBO, Yuzuru ISODA and Tomoki NAKAYA

**Abstract:** The radiation model is a new variant of spatial interaction model. Although this model is parameter-free, the predictive accuracy of the model was higher than that of the classic gravity model for a variety of inter-regional flows including county-to-county commuting flow, in the United States. However, many studies that examined the model performance in other countries denied the universality of the model. We performed a replication study using the commuting data in the United States to verify the prediction accuracy of the radiation model. We then evaluated the model performance by states to consider the relationship between the predictive accuracy of the model and spatial structure of county-level populations. The results showed that (1) the radiation model had better performance than the Poisson gravity model, particularly for predicting commuting flow sizes of large distances with small and moderate destination sizes of population; (2) the difference of predictive accuracy between the radiation and gravity models was getting smaller as the spatial structure of population becomes uniform.

**Keywords:** 空間的相互作用モデル (spatial interaction model), 放射モデル (radiation model), 通勤流動 (commuting flow), 予測精度 (predictive accuracy), 空間構造 (spatial structure)

### 1. はじめに

放射モデルは Simini et al. (2012)によって提案された新たな空間的相互作用モデルである。パラメータを持たない形式のモデルとして導出されながら、アメリカでの郡間通勤流動等、種々の流動データに対し、重力モデルよりも優れた予測精度を示した。しかし、他地域における適用ではその普遍性は確認されず、アメリカ合衆国でのみ高い適合度を得られている(Lenormond et al., 2012; Masucci et al., 2013; Wesolowski et al., 2015; 中谷, 2016; Lenormond et al., 2016)。

本研究ではアメリカ合衆国での通勤流動予測の追試および州別の適合度を検討することで、放射モデルの重力モデルに対する優位性、ならびに放射モデルが優れた適合度を示す地理的条件について考察した。

### 2. 使用するモデルとデータ

#### 2.1 放射モデル

放射モデルは移動者を粒子に見立て、その放出と吸着過程を模したモデルであり、以下の式(1)のように示される。

$$T_{ij} = O_i \frac{P_i P_j}{(P_i + S_{ij})(P_i + P_j + S_{ij})} \quad (1)$$

ここで $T_{ij}$ は発地 $i$ から着地 $j$ への予測通勤流動量、

$O_i$ は*i*からの通勤者総数、 $P_i$ は*i*の人口、 $s_{ij}$ は*i*を中心とし*i,j*間の距離を半径とする円内に含まれる（地域の*i,j*の人口を除く）人口総数であり、介在機会を示す項である。

## 2.2 重力モデル

Simini et al. (2012)では重力モデルを対数線形化し、通勤距離を 119 km 未満と 119 km 以上に分けて、通常の線形回帰によりパラメータを求めていた。ここで観測流動がゼロであった場合の処理は言及されていない。本研究では距離による層別化をせず、0 人の流動の扱いが容易なポアソン回帰による重力モデルを用いる。ポアソン回帰による重力モデルは以下の式(2)及び式(3)のように示される。

$$p(M_{ij}) = \frac{e^{-T_{ij}T_{ij} M_{ij}}}{M_{ij}!} \quad (2)$$

$$T_{ij} = \exp(k + \alpha \ln P_i + \gamma \ln P_j - \beta d_{ij}) \quad (3)$$

ここで、 $p(M_{ij})$ は*i,j*間の通勤流動量が $M_{ij}$ となる確率、 $T_{ij}$ は発地*i*から着地*j*への予測通勤流動量、 $d_{ij}$ は*i,j*間の距離、 $k, \alpha, \beta, \gamma$ はパラメータである。

## 2.3 評価指標

Simini et al. (2012)では2つのモデルの予測精度は移動距離または着地の人口に対する観測値および予測値の相対度数の比較にとどまっておらず、適合度指標による評価は行われていない。本研究では予測精度を評価するために Lenormond et al. (2012)によるCPC(Common Part of Commuters)を用いた。CPCは以下の式(4)のように示される。

$$CPC = \frac{2 \sum \sum \min(M_{ij}, T_{ij})}{\sum \sum M_{ij} + \sum \sum T_{ij}} \quad (4)$$

ここで $\min(M_{ij}, T_{ij})$ は各発着地間で小さいほうを返す関数である。CPCは0から1の値をとり、1に近いほど予測精度が高い。

## 2.4 データ

流動データは Simini et al. (2012)と同様にアメリカ合衆国の2000年の国勢調査によるアラスカ・ハワイを含む3141群間通勤流動を用いた(<https://www.census.gov/population/www/cen2000/commuting/index.html>)。また、モデルの変数である人口及び距離に関しては同年の人口及び各郡の人口重心間の球面距離を用いた(<https://www.census.gov/geographies/reference-files/2000/geo/2000-centers-population.html>)。

## 3. モデルの適用結果と考察

### 3.1 流動量予測の追試

3141郡間通勤流動を対象にCPCによるモデルの予測精度を評価した結果を以下の図1-3に示す。

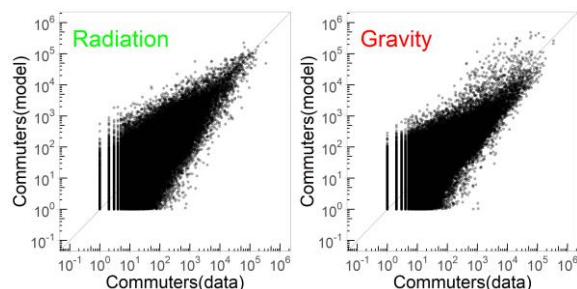


図1. モデルによる流動予測と観測流動の関係

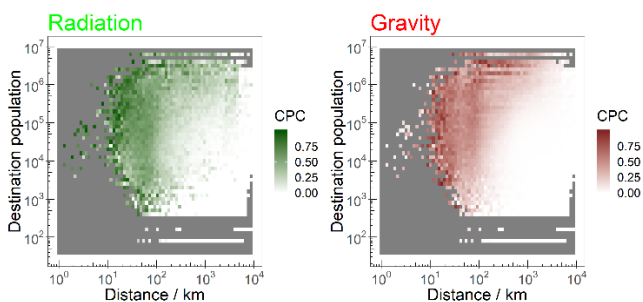


図2. 着地の人口と距離による評価指標の分布

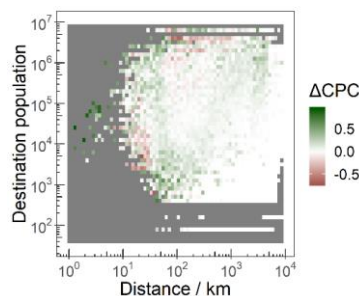


図3. モデル間の評価指標差の分布

図1は横軸に観測流動量、縦軸に各モデルの予測値を示した散布図である。ただし予測値が1人未満及びデータが0人の部分は図に示していない。重力モデルのパラメータは $[\alpha, \beta, \gamma] = [0.42, 2.21, 0.86]$ であった。図1左に示される放射モデルの方が明らかに同図右の重力モデルよりも対角線上に点が集中している。全流動に対するCPCは放射モデルが0.633、重力モデルは0.479であった。この結果はSimini et al. (2012)のそれと整合的であり、アメリカ合衆国における通勤流動予測では放射モデルが重力モデルよりも全般的に優れた予測精度を示すことが確認できた。

図2は横軸に着地までの距離、縦軸に着地の人口をとり、各組合せに該当する流動郡のCPC分布を示した図である。灰色の部分は流動が観測されない組み合わせである。図3は放射モデルのCPCから重力モデルのCPCを引いた値を、着地までの距離と着地の規模の条件別に見た図である。ここで正の値は放射モデル、負の値は重力モデルが優れていることを示している。全体的に正の値が多いが、着地の規模が大きいところや着地の規模が小さく近距離の移動の場合には重力モデルが、それ以外では放射モデルが勝ることがわかる。これはアメリカ合衆国以外の先行研究(Masucci et al., 2013; Wesolowski et al., 2015)と一致しており、放射モデルの特性であると考えられる。

### 3.2 州別の適合度評価

次に発着地を州内に限定してパラメータを推定した重力モデルと放射モデルの予測精度を比較した。ここで郡の数が20以下の州は統計的な推定が不安定になるため、分析から除外した。図4に州別にみた2つのモデルのCPCを示す。図4中の棒グラフの高さがCPCの大きさを示している。州の色は赤色(33州)が重力モデル、緑色(7州)が放射モデルの適合度が優れることを示している。これは放射モデルが州内のような相対的に近距離の移動に適していないことを示唆している。

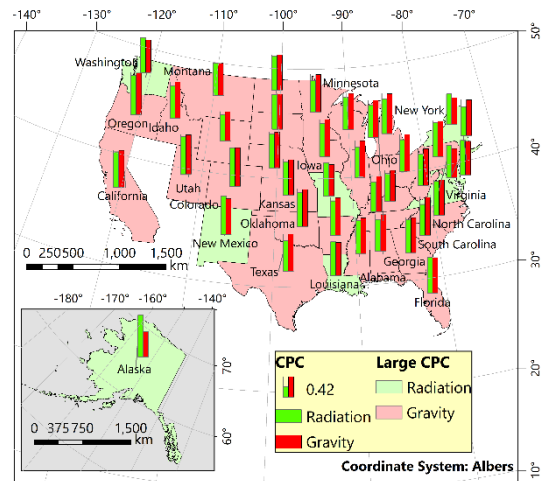


図4. CPCの州別分布

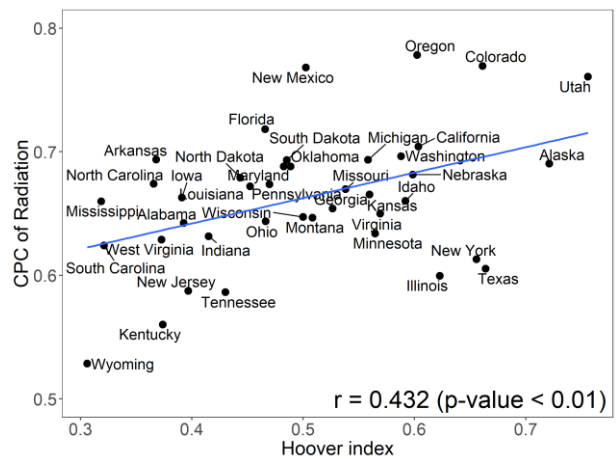


図5. Hoover indexと放射モデルのCPCの関係

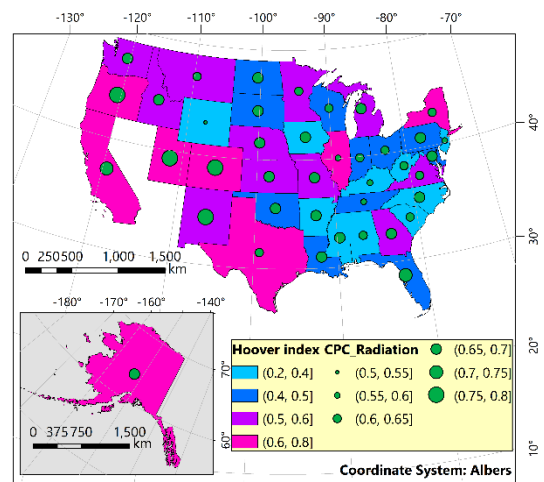


図6. Hoover indexと放射モデルのCPCの分布

### 3.3 空間構造と適合度の関係

Simini et al. (2012)では放射モデルと重力モデルの関係について、理論的な考察がなされており、対象地域の人口分布が一樣、あるいは対象地域の面積が一定であるときに重力モデルと放射モデルが一致する。

本研究では発着地の空間構造に着目し、州別に人口の集中・分散を示す指標である Hoover index を用いて、適合度との関係を考察した。Hoover (1941)で概念が提案された Hoover index は以下の式 (5) のように示すことができる。

$$H = \frac{1}{2} \sum_k^n \left| \frac{P_k}{\sum P_k} - \frac{A_k}{\sum A_k} \right| \quad (5)$$

ここで $H$ は Hoover index、 $A_k$ は郡の陸地面積である。Hoover index は 0 から 1 の値をとり、1 が人口の完全な集中、0 が完全な分散（均一な分布）を表す。面積については米国国際調査の資料を用いた(<https://www.census.gov/population/www/censusdata/density.html>)。

図 5・6 に放射モデルの CPC と Hoover index の関係と分布を示す。放射モデルの CPC と Hoover index の相関係数は 0.432(p-value < 0.01)であり、正の相関が認められた。また重力モデルの CPC と Hoover index には相関がなかったが、モデル間の CPC の差と Hoover index では相関係数が 0.406(p-value < 0.01)と正の相関が認められた。すなわち、人口が集中するほど放射モデルの適合度が高くなり、重力モデルとの適合度の差が開く。人口分布が均一な状態に近い (Hoover index が 0 に近づく) ほど、放射モデルと重力モデルの差が縮まる本研究の州別の結果は、Simini et al. (2012)の理論的な考察と整合性が高い。

### 4. おわりに

本研究では普遍的なモデルとして提案されたもののアメリカ合衆国以外ではその普遍性が確認されていない放射モデルが本当に優れたモデルがあるかの追試を行った。その結果、アメリカ

合衆国における群間通勤流動の予測においては重力モデルよりも優れた予測精度を示すことを再確認できた。また、放射モデルの特性として、比較的近距離の移動予測に関する精度が低いことが確認された。さらに、Hoover index を用いることで放射モデルは空間構造を伴った(不均一な規模分布の発着地を持つ)流動システムの予測に優れることを確かめることができた。今後は放射モデルの優位性をいかしつつその欠点を克服する流動モデルについて検討を行う予定である。

### 参考文献

- 中谷友樹, 2016. 放射型空間的相互作用モデルについて —日本の流動データを利用したグラビティ・モデルとの比較—. 立命館文学, **645**, 397-409
- Hoover, E.M., Jr., 1941. Interstate redistribution of population, 1850-1940. *The Journal of Economic History*, **1**(2), 199-205
- Lenormand, M., Huet, S., Gargiulo, F., Deffuant, G., 2012. A universal model of commuting networks. *PLoS ONE*, **7**(10), e45985
- Lenormand, M., Bassolas, A., Ramasco, J.J., 2016. Systematic comparison of trip distribution laws and models. *Journal of Transport Geography*, **51**, 158-169
- Masucci, A.P., Serras, J., Johansson, A., Batty, M., 2013. Gravity versus radiation models: On the importance of scale and heterogeneity in commuting flows. *Physical Review E*, **88**(2), 022812
- Simini, F., González, M.C., Maritan, A., Barabási, A.-L., 2012. A universal model for mobility and migration patterns. *Nature*, **484**(7392), 96-100
- Wesolowski, A., O'Meara, W.P., Eagle, N., Tatem, A.J., Buckee, C.O., 2015. Evaluating spatial interaction models for regional mobility in Sub-Saharan Africa. *PLoS Computational Biology*, **8**(3), e60069